



Caro discente,

Segue em anexo uma lista de exercício, que possibilitará ao aluno de pós-graduação em sensoriamento remoto realizar uma revisão de matemática. Esta revisão abrange o conteúdo mínimo necessário para a compreensão dos conceitos físicos que serão tratados em algumas disciplinas.

Para consulta, indicamos a página criada pelo engenheiro Paulo G. Marques, que aborda todos os temas apresentados nesta lista.

<http://www.terra.com.br/matematica/inicio.htm>

Os aguardamos no início do curso,

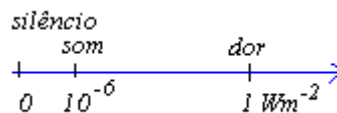
Elisabete Caria Moraes



REVISÃO DE MATEMÁTICA

As aplicações dos logaritmos beneficiam diversas áreas como química, biologia, física, economia, administração, etc. Existem fenômenos naturais, tais como reprodução de bactérias, desintegração de átomos, transferência de energia eletromagnética, etc., que envolvem leis exponenciais com o número irracional e ($e=2,718...$)

- 1) Sendo $\log_3 x - \log_3 y = 4$, com x e y reais positivos, determinar o valor do quociente x/y
- 2) Mostrar que $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$ sendo que $(a, b \in \mathfrak{R}_+, a \neq 1)$
- 3) Sendo $\log_2 A = 2$ e $\log_2 B = 6$, calcular o valor de N nos seguintes casos:
 - a) $N = \log_2(A \cdot \sqrt{B})$
 - b) $N = \log_2\left(\frac{A^2}{2^3 \sqrt{B}}\right)$
- 4) Sendo $a^2 + b^2 = 70ab$, calcular $\log_5 \frac{(a+b)^2}{ab}$ em função de $n = \log_5 2$ e $m = \log_5 3$
- 5) Sendo $\log_2 x = 12$, calcular o valor da expressão: $y = \log_4 x + \log_2 x + \log_8 x$
- 6) Resolva a equação: $\log_2(x-1) + \log_4(x-3) = \log_4(x-1)$
- 7) Dados $\log 2 = 0,3$ e $\log e = 0,43$, calcular o valor de x na expressão $e^x - 8 = 0$.
- 8) Calcular o valor de y na equação: $\frac{e^{y/8}}{2} = 5 \cdot 10^{-1/2}$
- 9) Define-se, em física, $N = 10 \cdot \log(I/I_0)$, em que N é o nível de intensidade sonora, medido em decibéis (dB), e $I_0 = 10^{-12} \text{Wm}^{-2}$ é a intensidade sonora no limiar da audição (usada como referência. Observe a escala:



Determinar o nível sonoro correspondente à intensidade sonora de 10^6Wm^{-2} .

- 10) Determinado material radioativo se desintegra segundo a lei $M = M_0 \cdot e^{-0,05 \cdot t}$, em que t é o tempo em séculos; M , a massa desintegrada ao fim do tempo t ; e M_0 , a massa inicial. Calcular o tempo necessário para a massa se reduzir à quarta parte. (Dado: $\ln 2 = 0,693$)
- 11) Dado o triângulo ABC da Figura 1, calcular $\text{sen} \alpha$, $\text{cos} \alpha$, e $\text{tg} \alpha$.
- 12) O cateto menor de um triângulo retângulo da Figura 2 mede 9cm e o cosseno do ângulo oposto a ele vale $4/5$. Calcular: a) os outros lados do triângulo; b) a tangente do maior ângulo agudo.

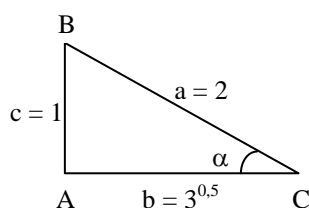


Fig. 1

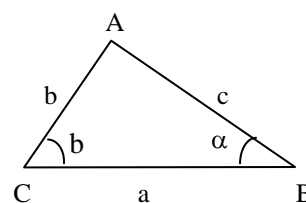
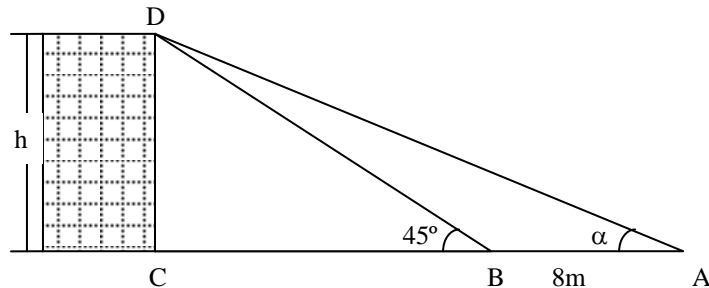


Fig. 2

- 13) Calcular a altura de uma torre vista sob um ângulo de 60° por um observador com 1,80m de altura que se encontra a 10 m do centro da base dessa torre.
- 14) Um poste de $4\sqrt{3}$ m de altura projeta uma sombra de $4\sqrt{3}$ m sobre o solo. Qual a inclinação dos raios luminosos que originam a sombra?
- 15) Um edifício é observado de um ponto A sob um ângulo cuja tangente é $4/5$. O mesmo edifício, quando observado de um ponto B, é visto sob um ângulo de 45° . Sabendo que A e B estão na mesma horizontal e distam 8m um do outro, determinar a altura desse edifício.



- 16) Qual o valor da expressão $(\operatorname{sen} x + \cos x)^2 + (\operatorname{sen} x - \cos x)^2$ de forma que todo $x \in \mathfrak{R}$.
- 17) Sabendo que $\operatorname{tg} x = \frac{5}{12}$ e que $\pi/2 < x < \pi$, calcular o valor de $\cos x$.
- 18) Dada a $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$ e $\pi < x < 3\pi/2$, determinar o valor de $\cos x - \operatorname{sen} x$.
- 19) Simplificar a equação $y = \frac{\operatorname{tg}(2\pi - x) \cdot \operatorname{sen}(2\pi - x)}{\operatorname{sen}(\pi - x) \cdot \operatorname{cot} g(-x)}$
- 20) Sabendo que $\operatorname{sen} x - \cos x = 1/5$, calcular o valor de $\operatorname{sen} 2x$.
- 21) Determinar os valores possíveis de x : $3 \cdot \operatorname{sen}^2 x + 2\sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$
- 22) Calcular: $\cos\left(2 \cdot \operatorname{arcsen} \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$
- 23) Determinar o valor de y sabendo que: $y = \operatorname{sen}\left(\operatorname{arcsen} \frac{4}{5} + \operatorname{arcsen} \frac{1}{2}\right)$
- 24) A secção meridiana de um cilindro reto é um retângulo cuja diagonal mede 10cm. O raio da base mede 3cm. Calcular: a) a medida da altura; b) a área lateral; c) a área da base; d) a área total; e) o volume.
- 25) Em um cone equilátero, o volume é $9\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Calcular: a) a medida do raio da base; b) a área da base; c) a área lateral; e d) a área total.
- 26) Determine o volume de uma esfera cuja área da superfície mede $36\pi \text{ m}^3$.
- 27) A geratriz de um cone de revolução mede 5cm e a sua altura mede 4cm. Calcular o volume da esfera inscrita neste cone.
- 28) Um cubo tem área total igual a 150m^2 . Qual é o volume da pirâmide quadrangular regular que tem como vértice o centro de uma das faces desse cubo e com base a face oposta.
- 29) Descrever o comportamento da função: $y = f(x) = a^{1/x}$ ($a > 1$) no ponto $x=0$.
- 30) Achar a derivada da função: $y = (x^2 - x + 13)^{1/5}$
- 31) Derivar o quociente: $y = \frac{(x+1)}{(x-1)}$
- 32) Derivar a função: $y = \frac{1}{9} \cdot \operatorname{sen} 3x - \frac{1}{3} \cdot x \cdot \cos 3x$

33) Demonstrar que a derivada da função ($y = x^x$) é $x^x(1 + \ln x)$

34) Determinar a derivada das funções:

a) $y = \frac{1}{8} \cdot \ln \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$

b) $y = \cos e^x$

35) Explicar os resultados obtidos na derivação das seguintes funções:

a) $y = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x \Rightarrow y' = 0$

b) $y = e^{\ln x} \Rightarrow y' = 1$

36) Achar os máximos e mínimos da função:

a) $y = x^3 - 12x^2 + 45x + 30$

b) $y = x \cdot e^{-x^2}$

37) Resolver as integrais:

a) $\int e^{\operatorname{sen} x} \cos x \, dx$

f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$

b) $\int 2x \cdot e^x \cdot \cos(e^{x^2}) \, dx$

g) $\int_0^1 2\sqrt{1-x^2} \, dx$

c) $\int \frac{1+\sqrt{x}}{x} \, dx$

h) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \operatorname{sen} x \, dx$

d) $\int \frac{1 - \cos^2 x}{\operatorname{sen} x} \, dx$

i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} 2x}{3 + \cos 2x} \, dx$

e) $\int \frac{dx}{2 + e^x}$

j) $\int_1^2 \frac{dx}{x(x^2 + 4)}$

Obs

$\log_e = 0,4342; \ln x = \log_e x; \log_e x = 2,3 \cdot \log x$

bete@dsr.inpe.br

Respostas:

- 1) 81
- 2) expressão
- 3) $3^a = 5$; $3^b = 1$
- 4) $3m+2n$
- 5) 22
- 6) $2+\sqrt{2}$
- 7) 2,09
- 8) 9,2
- 9) 60dB
- 10) 2772 anos
- 11) $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3/2}$, $\sqrt{3/3}$
- 12) a: 12cm; b: 4/3
- 13) 19,10m
- 14) 30°
- 15) 32m
- 16) 2
- 17) -12/13
- 18) -1/5
- 19) $-\operatorname{tg}^2 x$
- 20) 24/25
- 21) $x \in \mathfrak{R} \quad x = 5\pi/6 + k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}$
- 22) 3/5
- 23) $(3+4\sqrt{3})/10$
- 24) a) 8cm; b) $48\pi \text{ cm}^2$; c) $9\pi \text{ cm}^2$; d) $66\pi \text{ cm}^2$; e) $72\pi \text{ cm}^3$.
- 25) a) $r = 3 \text{ cm}$; b) $9\pi \text{ cm}^2$; c) $18\pi \text{ cm}^2$; e d) $27 \pi \text{ cm}^2$.
- 26) $36 \pi \text{ m}^3$
- 27) $9\pi/2 \text{ cm}^3$
- 28) $125\pi/3 \text{ cm}^3$
- 29) $+\infty$ para $x \rightarrow +0$ e 0 para $x \rightarrow -0$
- 30) $(2x-1)/5(\sqrt[5]{(x^2 - x + 13)})^4$
- 31) $-2/(x-1)^2$
- 32) $y' = x \cdot \operatorname{sen} 3x$
- 33) igualdade
- 34) a) $1/\operatorname{sen} 2x$; b) $y = -e^x \cdot \operatorname{sen} e^x$
- 35) não há demonstração
- 36) $x = 3$ é o máximo e $x = 5$ é o mínimo
- 37) f) 2/3 i) 0