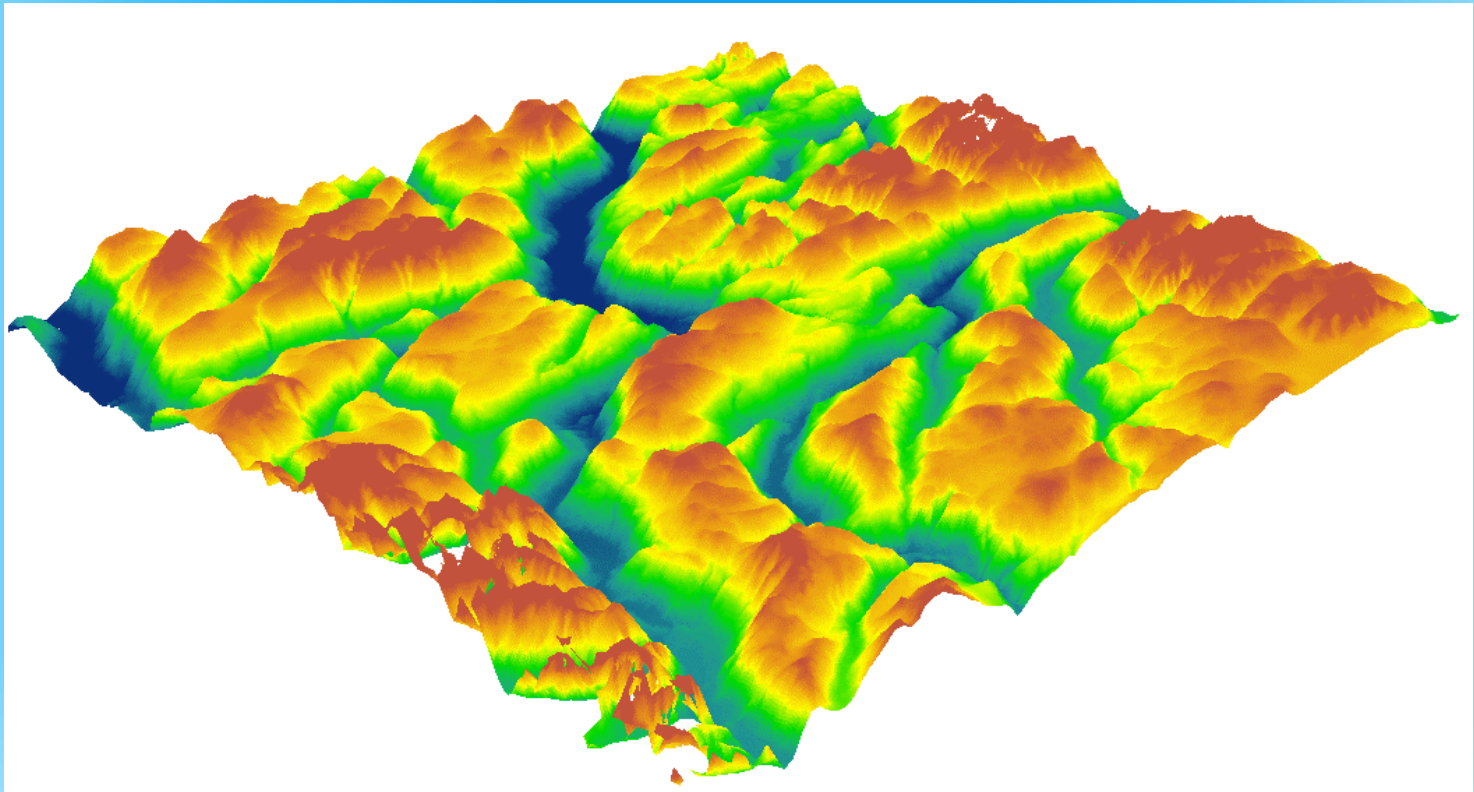


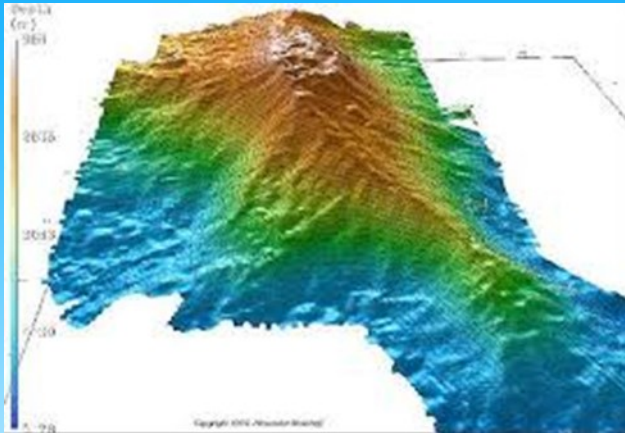
MODELAGEM NUMÉRICA DE TERRENO



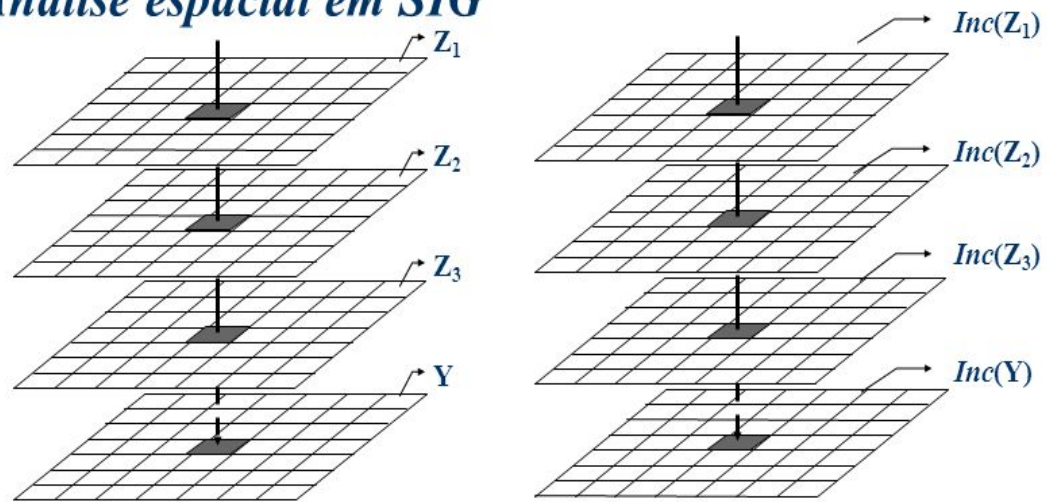
Carlos A Felgueiras

MOTIVAÇÃO

MODELAGEM NUMÉRICA DE TERRENO



• *Análise espacial em SIG*



Modelagem Espacial: $Y(\mathbf{u}) = g(Z_1(\mathbf{u}), \dots, Z_n(\mathbf{u}))$ para n entradas

As incertezas $Inc(Z_i)$ se propagam para a saída $Inc(Y)$

Exemplo:

Z_1 = Tipo de Solo, Vegetação, ... (Temático)

Z_2 = Áreas de Preservação (Imagem Classif)

Z_3 = Pluviosidade, Temperatura, ... (MNT)

Y = Aptidão Agrícola

Inc = Qualifica local/e os dados (mapas)

Modelo Numérico de Terreno

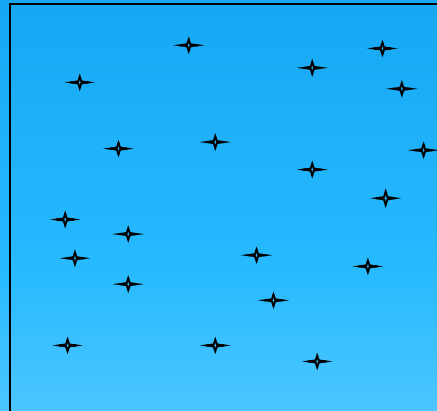
- Definição
 - Um MNT descreve a variação espacial contínua de uma grandeza sobre uma região. Exemplos: Temperatura, velocidade de vento, precipitação, teor geoquímico ou geofísico, altimetria,....
- Dados de entrada
 - arquivos pontuais (x,y,z) ou isolinhas $(\{ (x,y) \}, z)$
 - (x,y) posição espacial 2D e z é o valor do atributo
- Geração de distribuição contínua
 - problema de interpolação
- Tipos de Interpoladores
 - não-paramétricos (média móvel local)
 - ajuste global de superfície
 - triangulação
 - *geo-estatística (krigeagem)*

Modelo Numérico de Terreno (representações)

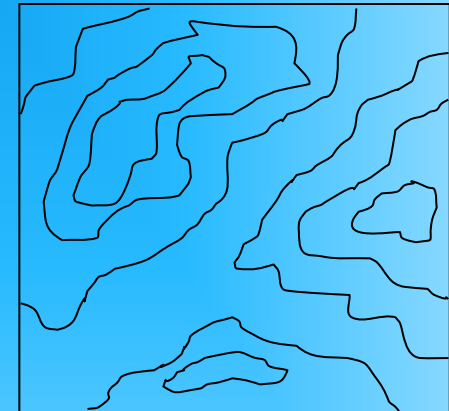
Estruturas de representação computacional:

- (a) pontos cotados
- (b) isolinhas
- (c) grade triangular
- (d) grade retangular

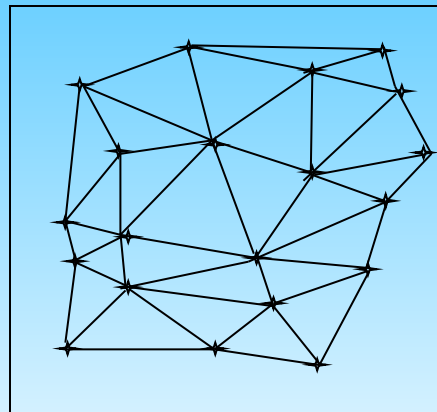
(a) pontual



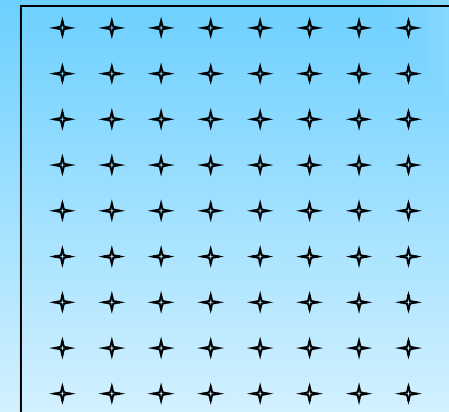
(b) isolinhas



(c) grade triangular

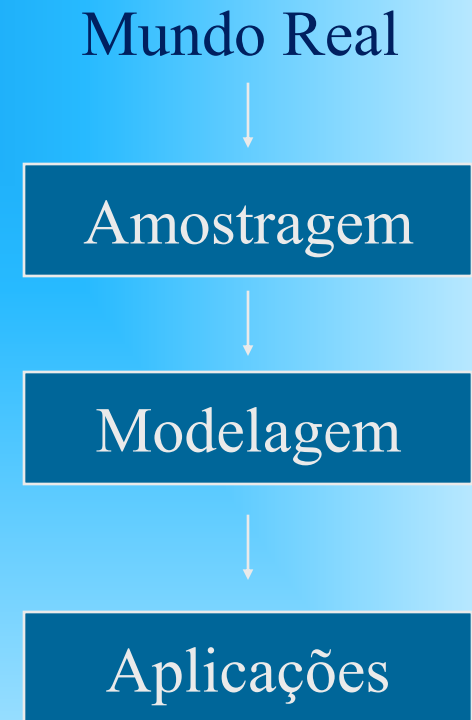


(d) grade retangular

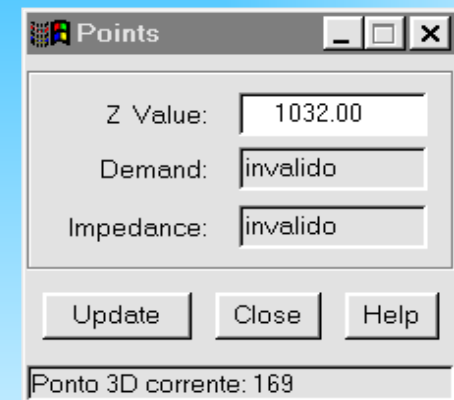
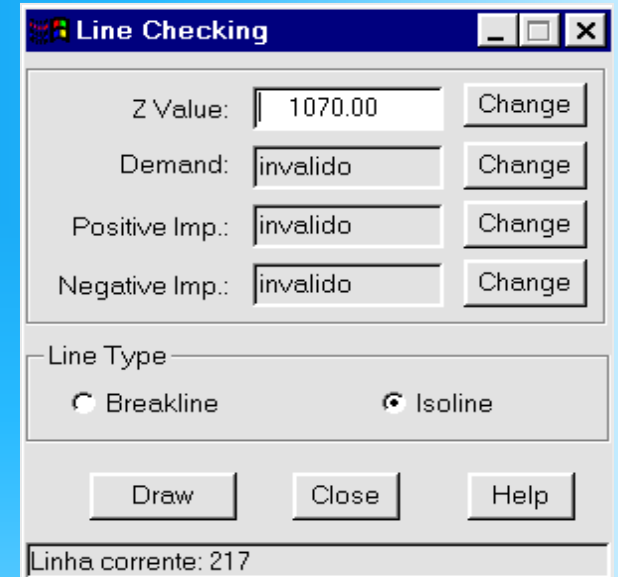
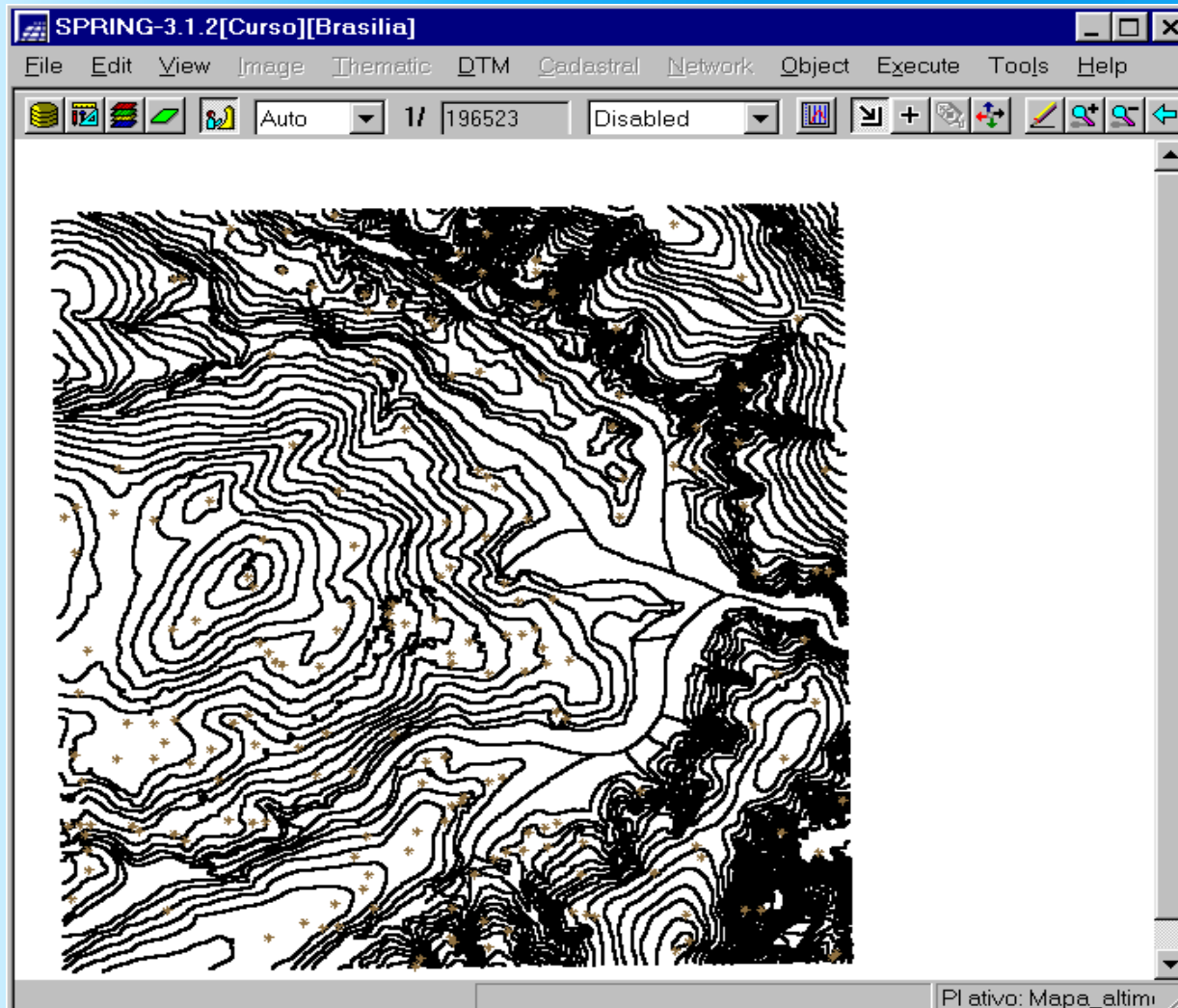


Modelo Numérico de Terreno

- O processo de Modelagem Numérica
 - Amostragem: dados de entrada nas representações
 - pontos 3D
 - isolinhas
 - linhas de restrição (características)
 - Modelagem propriamente dita: criação de estruturas
 - de grades regulares
 - de grades irregulares
 - Aplicações ou análises: uso dos modelos
 - projeção planar, imagens, declividade
 - fatiamento, visibilidade, contornos,
 - volumes, drenagens, etc...



Entrada e Edição

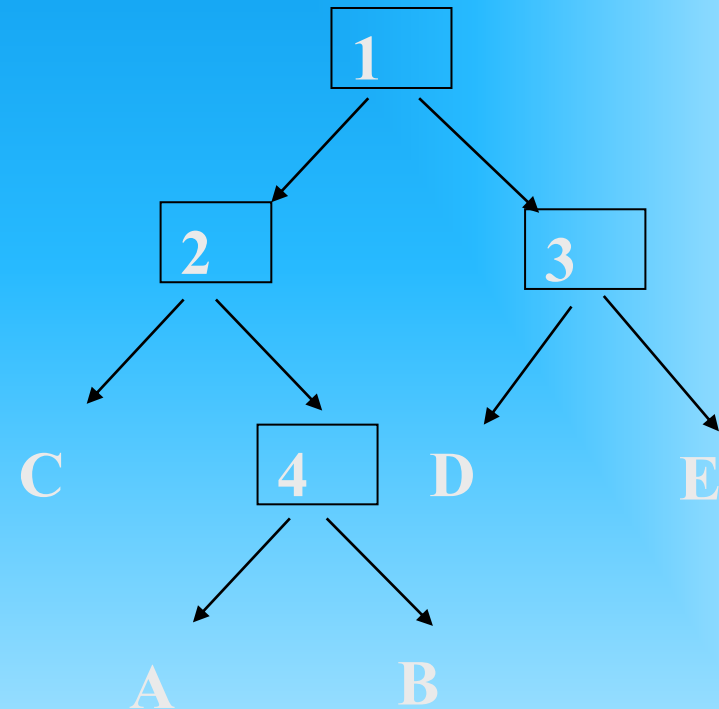
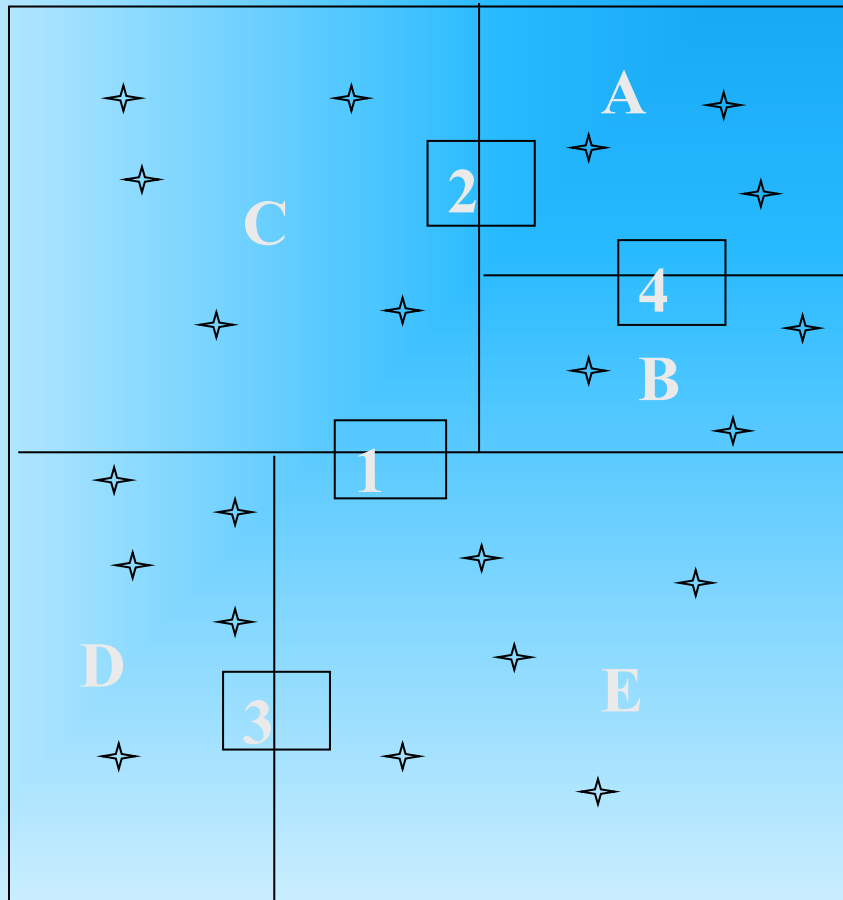


Entrada e Edição (Amostragem)

- Fontes de amostras:
 - Bases topográficas, Levantamentos em campo, GPS's, Importação de outros sistemas (formatos DXF, Generate, etc..)
- Classificação quanto a distribuição:
 - Espaçamento regular (grade retangular – SRTM, GDEM,...)
 - Espaçamento não regular (amostras esparsas)
- Redução das amostras: Problemas de super-amostragem (generalização)
- Organização das amostras: Otimização para buscas de vizinhos
- Definição da vizinhança: Raio de influência e # de vizinhos + próximos (dependência espacial)

Entrada e Edição (Organização das amostras)

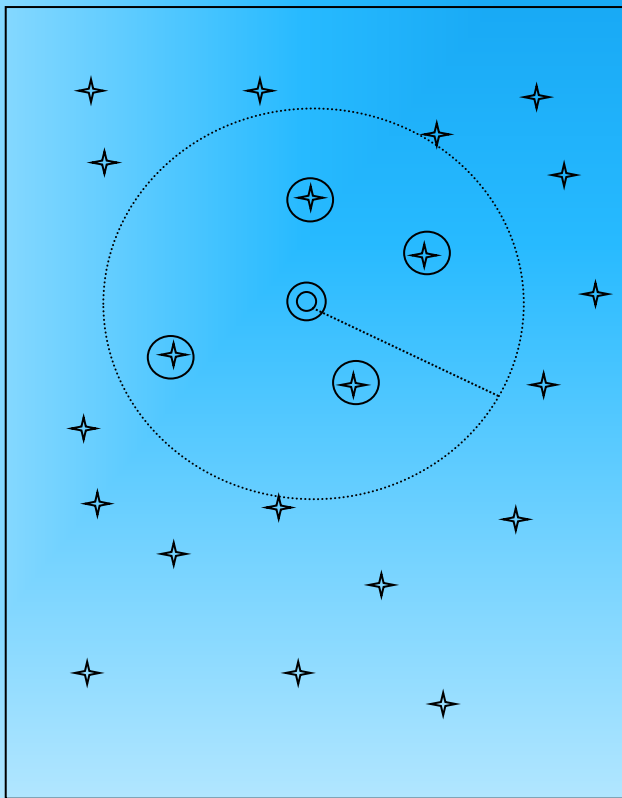
Partição do espaço



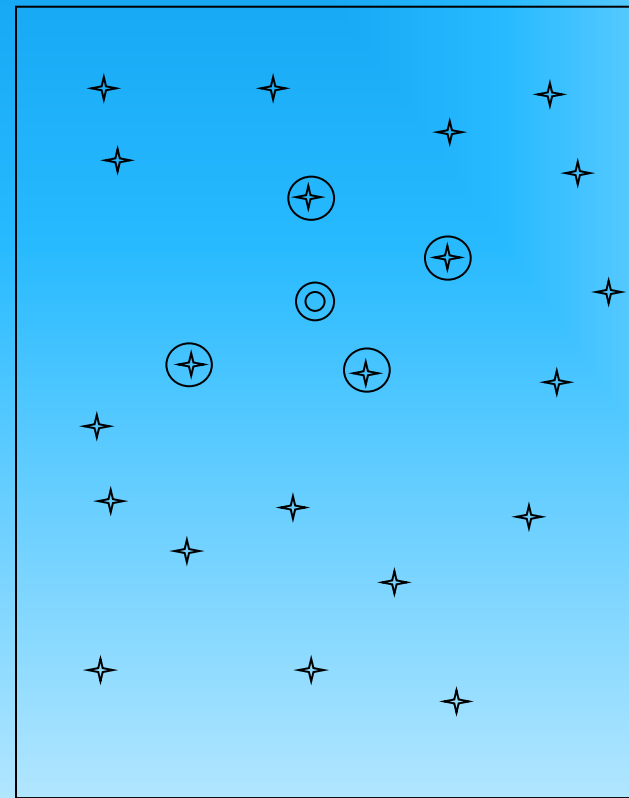
Árvore 2kD

Entrada e Edição (Definição da vizinhança)

Raio de influência



Número de vizinhos



⊙ Ponto da grade

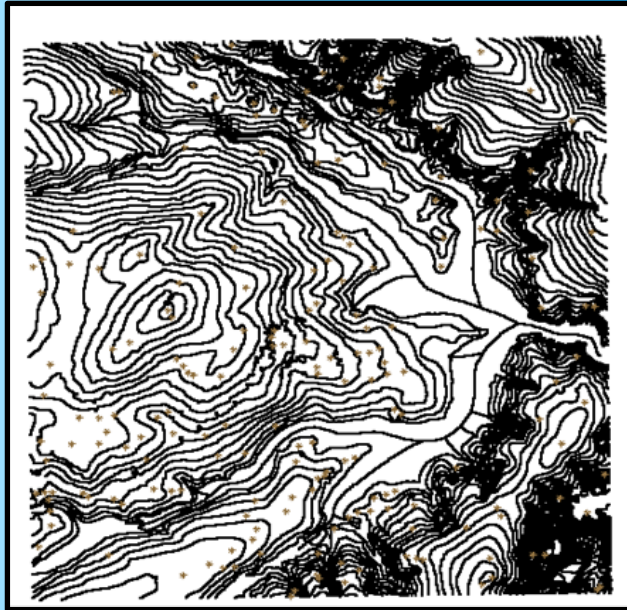
✦ Ponto amostral

⊕ Amostras vizinhas

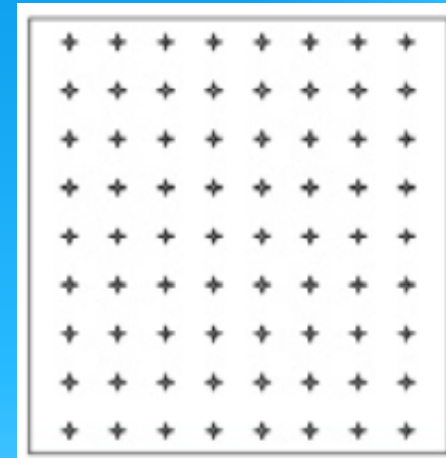
Modelagem Numérica por Grades

Amostras

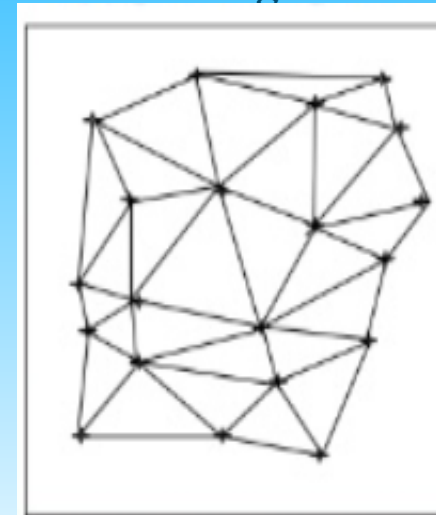
Pontos 3D e Isolinhas



Grade retangular



Grade triangular

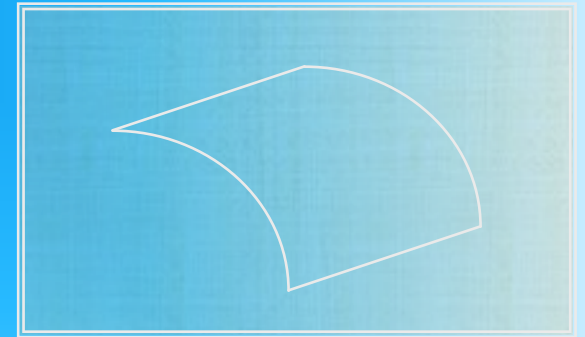


Modelagem por Grade Regular (Interpolação Espacial)

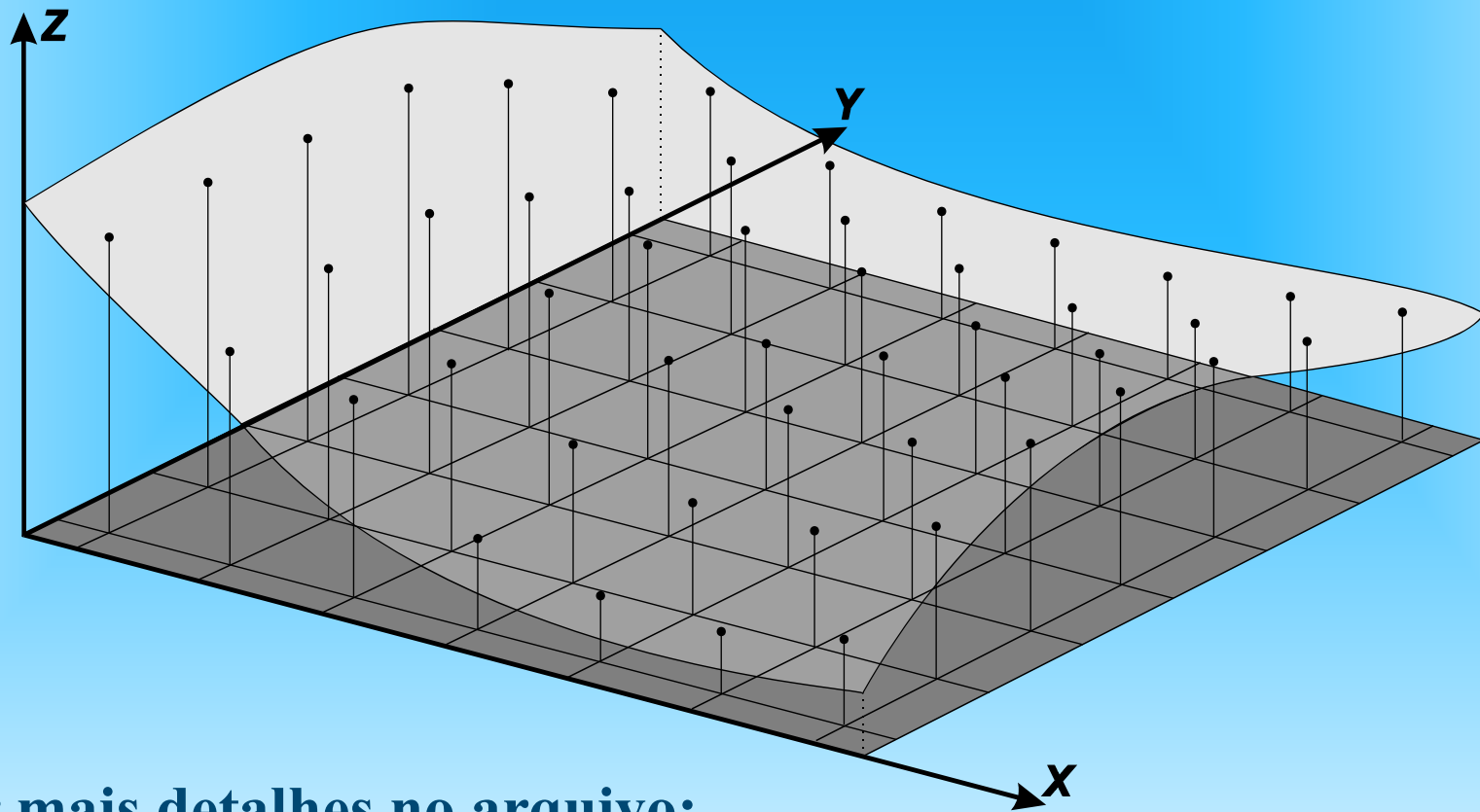
- Interpolação Espacial
 - processo de estimar grandezas a partir de amostras na área de estudo
 - (usualmente) grandeza deve ser quantizada
- Lei de Tobler para SIG
 - pontos vizinhos no espaço tem valores mais correlacionados que pontos distantes
- Uso de Interpolação Espacial em SIG
 - cálculo de contornos (isolinhas)
 - calcular propriedades das superfícies

Modelagem por grade regular (Interpoladores: global x local)

- Interpoladores globais
 - função única mapeada em toda a área
 - mudança em um valor afeta todo o modelo
 - usado quando se conhece a forma da superfície (análise de tendência)
- Interpoladores locais
 - algoritmos aplicados localmente
 - mudanças em um valor tem efeitos dentro da janela de interpolação



Modelagem por Grade Regular (visualização em projeção planar)

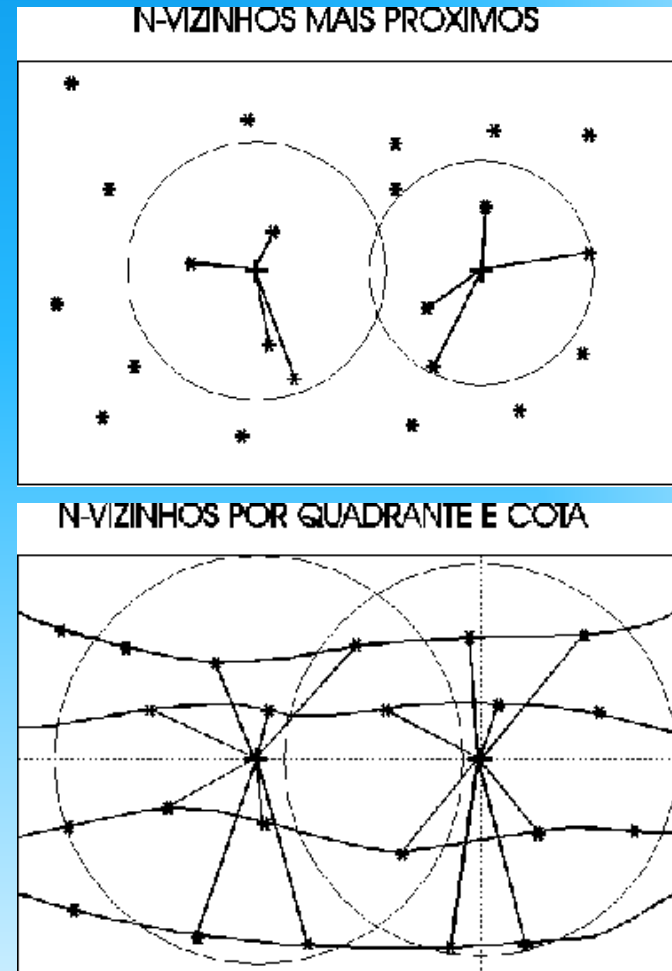


Ver mais detalhes no arquivo:

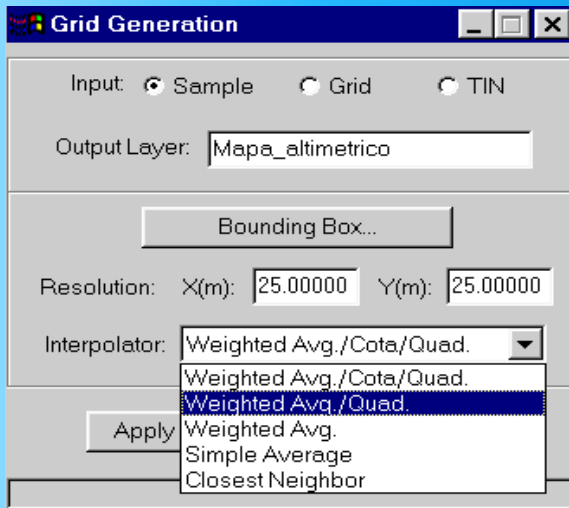
04. MSGT-Predictions with Deterministic Procedures.pdf

Modelagem por Grade Regular: Interpoladores Locais

- Vizinho mais próximo
- Média simples
- Média Ponderada
 - $1/d^2$
- Média Ponderada Quadrante
- Média Ponderada por Cota e Quadrante



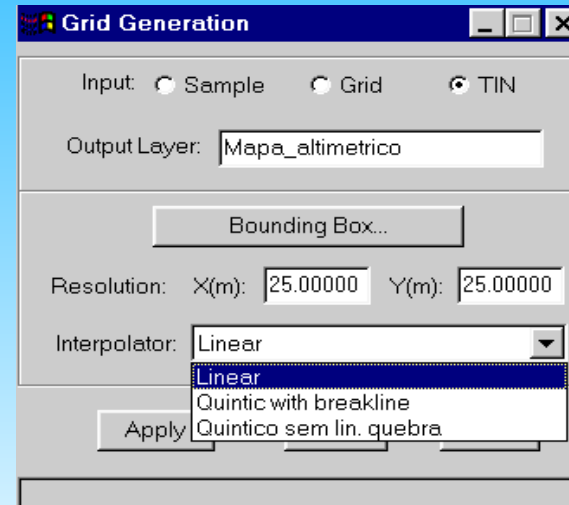
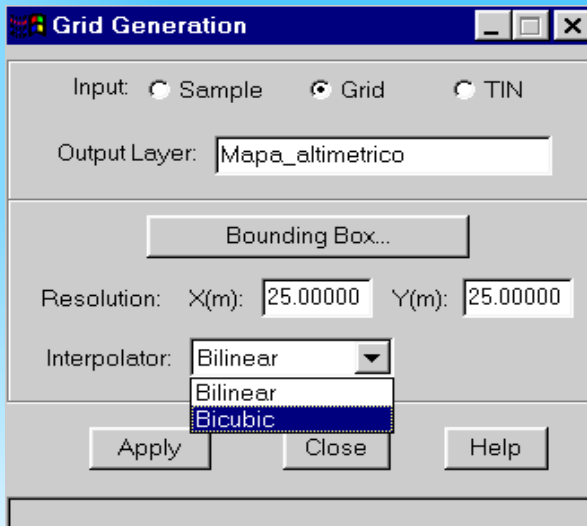
Geração de Grade Retangular (SPRING - Média simples e ponderada)



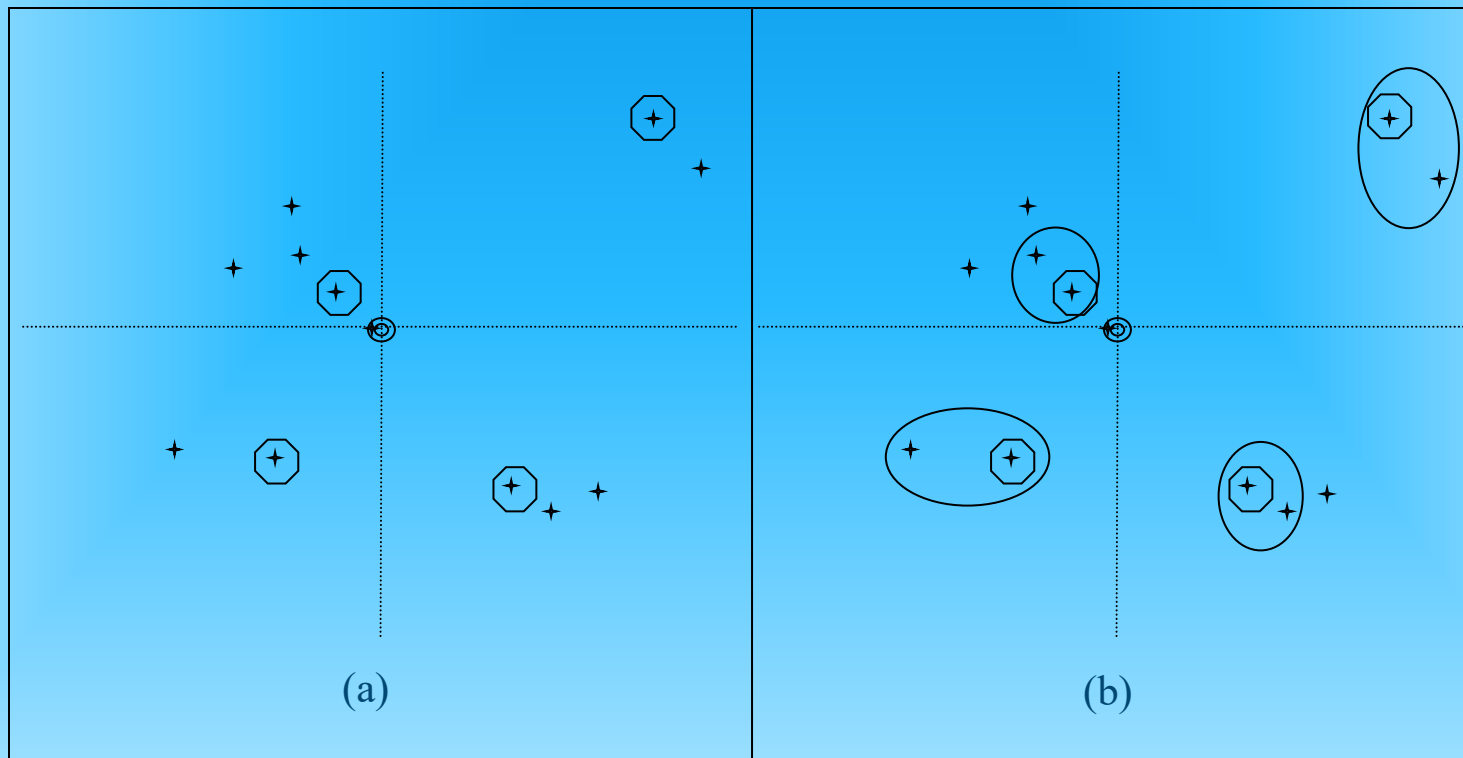
$$Z^* = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$w_i = 1/d_i^k$$

Média Local Ponderada



Geração de Grade Retangular (média ponderada por quadrante)

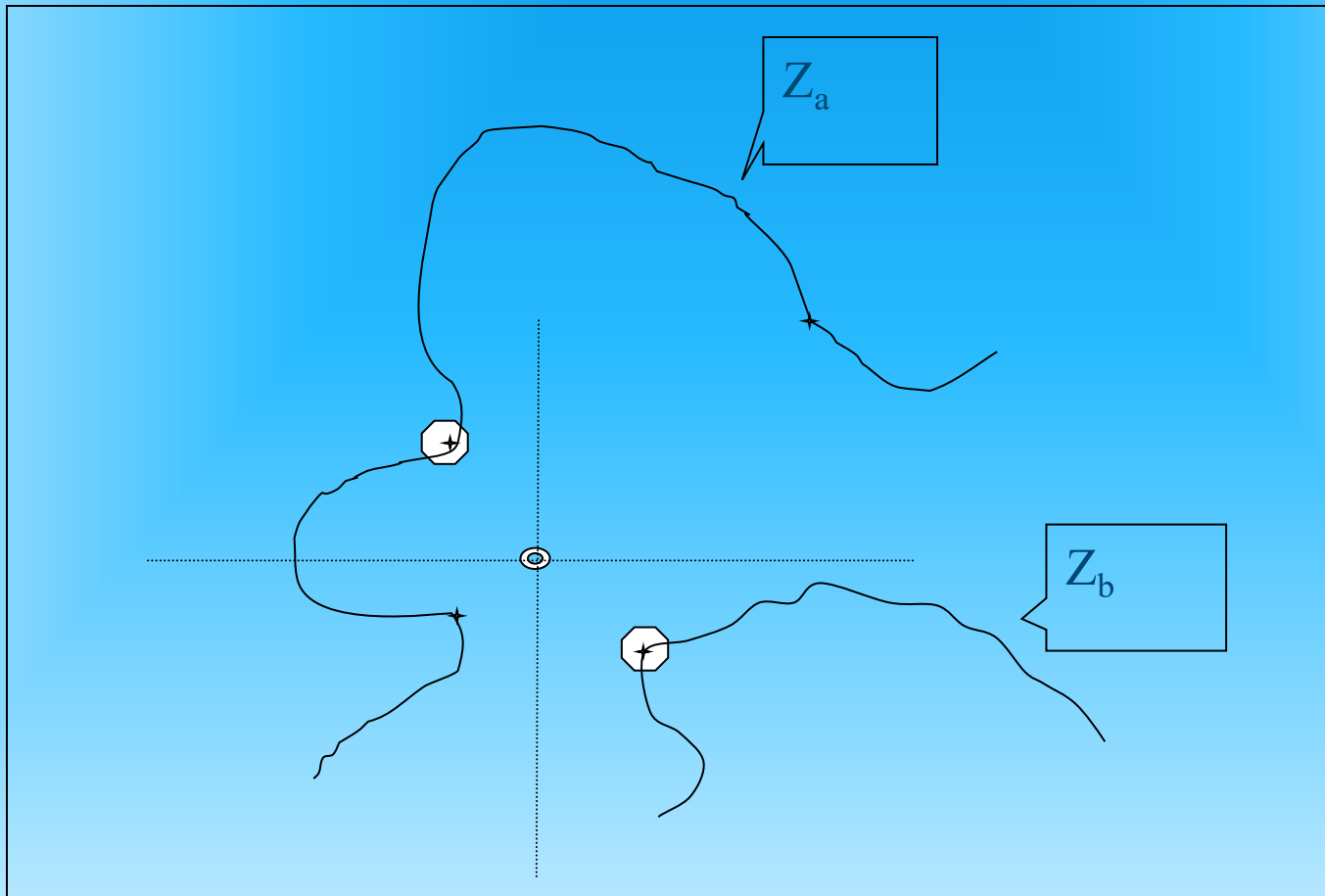


⊙ Ponto da
grade

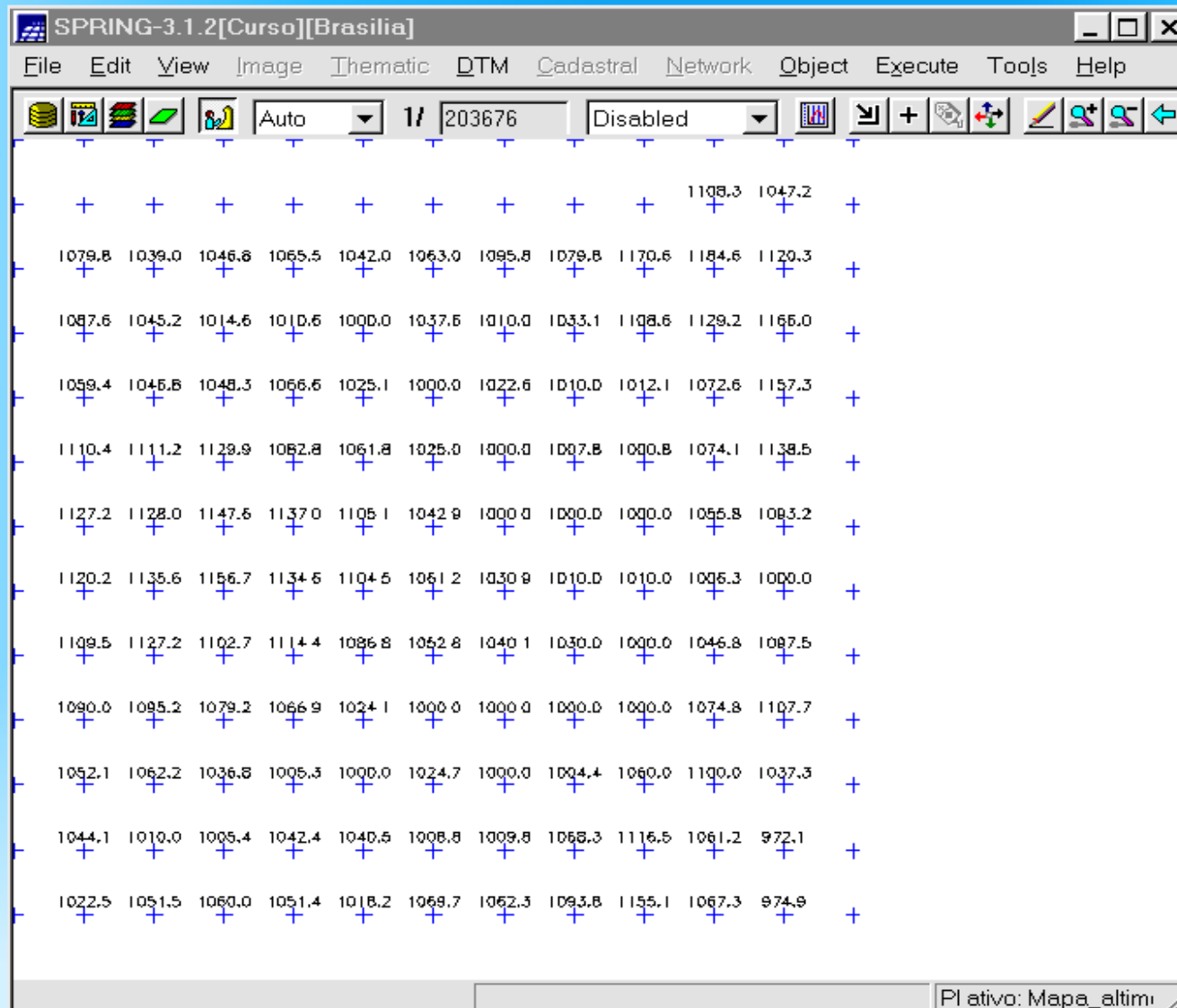
✦ Ponto
amostral

⊕ Amostra
vizinha

Geração de Grade Retangular (média ponderada por quadrante e cota)

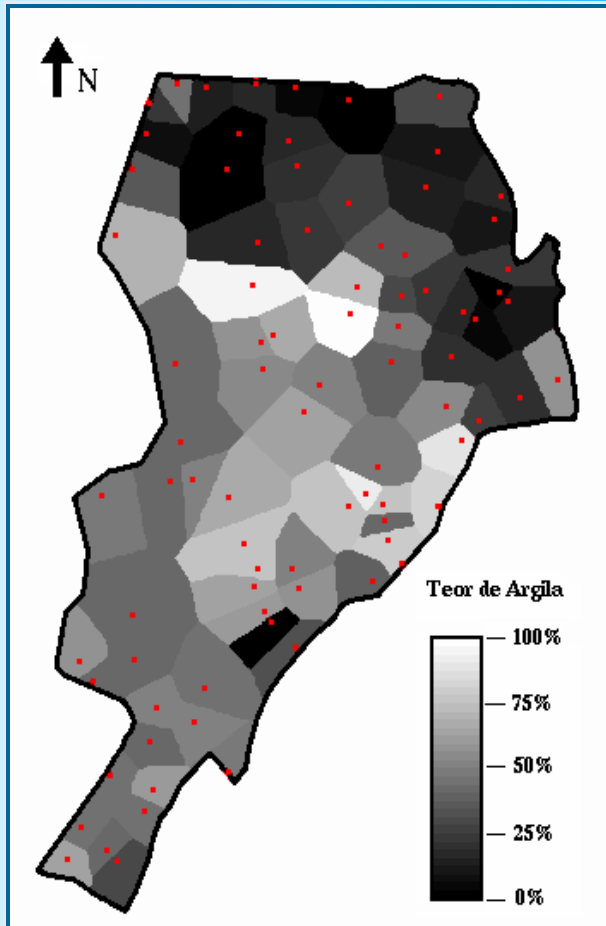


Modelagem por Grade Retangular (representação matricial)

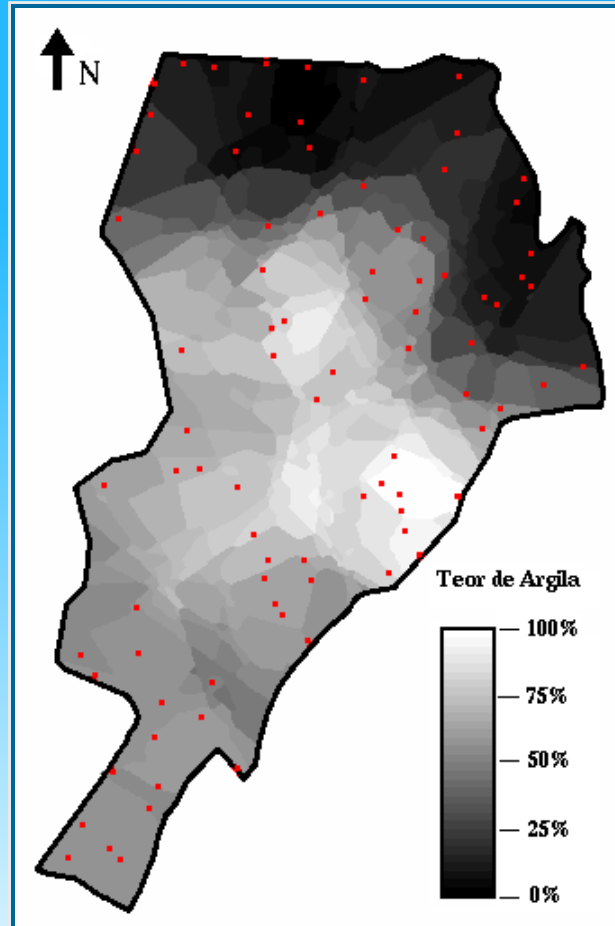


Modelagem por Grade Retangular (interpoladores)

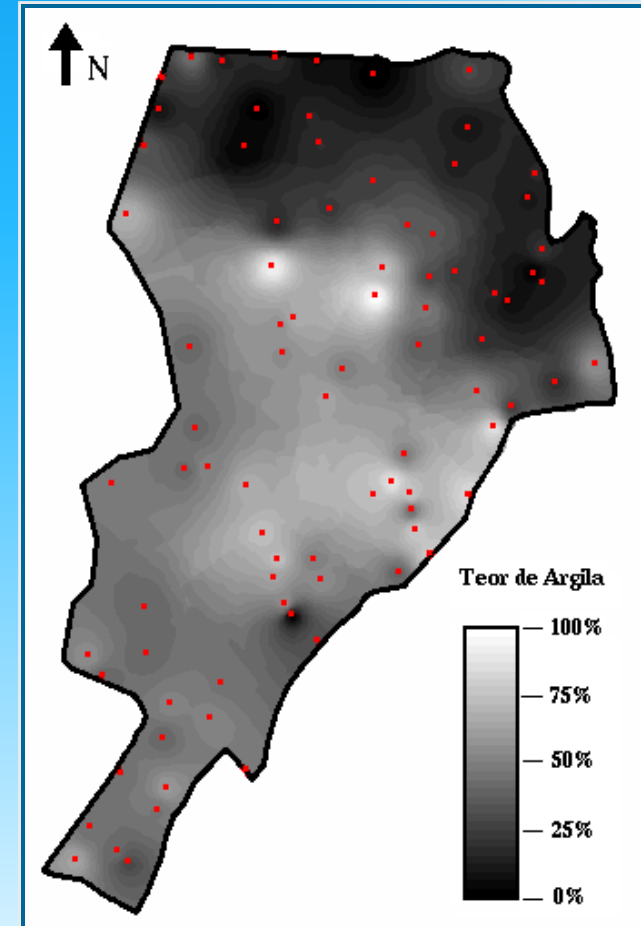
Vizinho mais próximo



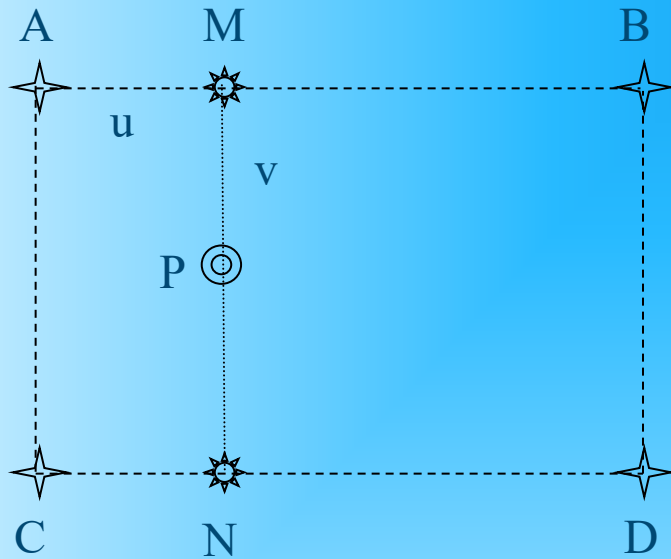
Média Simples



Média Ponderada



Modelagem por Grade Retangular (Refinamento da Grade)



$$z_M = (1-u)z_A + (u)z_B$$

$$z_N = (1-u)z_C + (u)z_D$$

$$z_P = (1-v)z_M + (v)z_N$$

$$u, v \in [0,1]$$

Refinamento bilinear : 4 vizinhos

Refinamento bicúbico : 25 vizinhos

Modelagem por Grade Retangular (Krigagem linear)

- **Krigagem** é uma “coleção de técnicas de regressão linear generalizadas para *minimizar uma variância de estimação* a partir de um modelo de covariância definido a priori”, Journel, 1996.
- A krigagem estima um valor não amostrado a partir de um conjunto de valores vizinhos $z(\mathbf{u}_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n$. Considerando-se um modelo de FA estacionária com média μ e covariância $C(\mathbf{h})$, o estimador linear para **Krigagem Simples (SK)** é definido por:

$$z_{SK}^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{SK}(\mathbf{u}) \cdot z(\mathbf{u}_{\alpha}) + \left[1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{SK}(\mathbf{u}) \right] \cdot \mu$$

- **Krigagem Ordinária (OK)** não depende do valor da média

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u}) = 1 \Rightarrow z_{OK}^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u}) \cdot z(\mathbf{u}_{\alpha})$$

Modelagem por Grade Retangular (Estimador de Krigagem linear)

Eduardo C.G. Camargo

• Segundo Journal (1988): $\mathbf{K}\lambda = \mathbf{k} \Rightarrow \lambda = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{k}$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ \vdots \\ C_{n0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

• Os elementos das matrizes de covariâncias são calculados da seguinte forma (Journal, 1988):

$$C_{ij} = C_0 + C_1 - \gamma(\mathbf{h})$$

• Substituindo os valores de C_{ij} nas matrizes encontram-se os pesos $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \text{ e } \lambda_n$.

• Estimador de Krigagem (Journal, 1988): $Z_{\mathbf{x}_0}^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\mathbf{x}_i)$

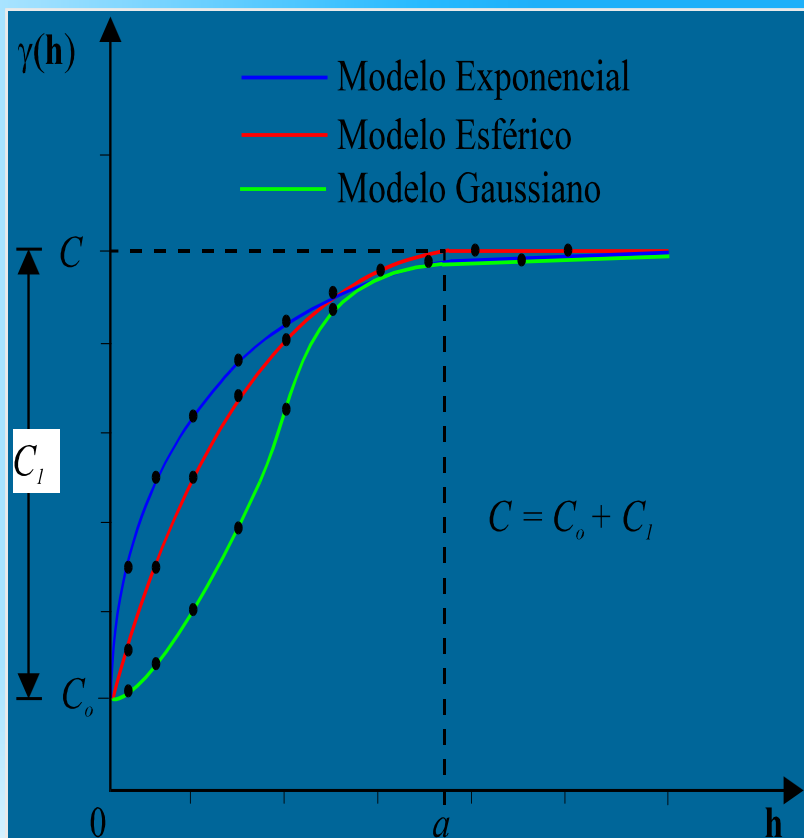
• Variância de Krigagem (Journal, 1988): $\sigma_{k_0}^2 = (C_0 + C_1) - \lambda^T \mathbf{k}$

Modelagem por Grade Retangular (Estimador de Krigagem linear)

Modelos Teóricos para ajuste do Semivariograma Experimental

(Eduardo C.G.Camargo)

Modelos Transitivos



EXPONENCIAL

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , |\mathbf{h}| = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-3 \frac{|\mathbf{h}|}{a}\right) \right] & , |\mathbf{h}| \neq 0 \end{cases}$$

ESFÉRICO

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , |\mathbf{h}| = 0 \\ C_0 + C_1 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{|\mathbf{h}|}{a}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{|\mathbf{h}|}{a}\right)^3 \right] & , 0 < |\mathbf{h}| \leq a \\ C_0 + C_1 & , |\mathbf{h}| > a \end{cases}$$

GAUSSIANO

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0 & , |\mathbf{h}| = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{|\mathbf{h}|}{a}\right)^2 \right] & , |\mathbf{h}| \neq 0 \end{cases}$$

Modelagem por Grade Retangular (Estimador de Krigeagem linear)

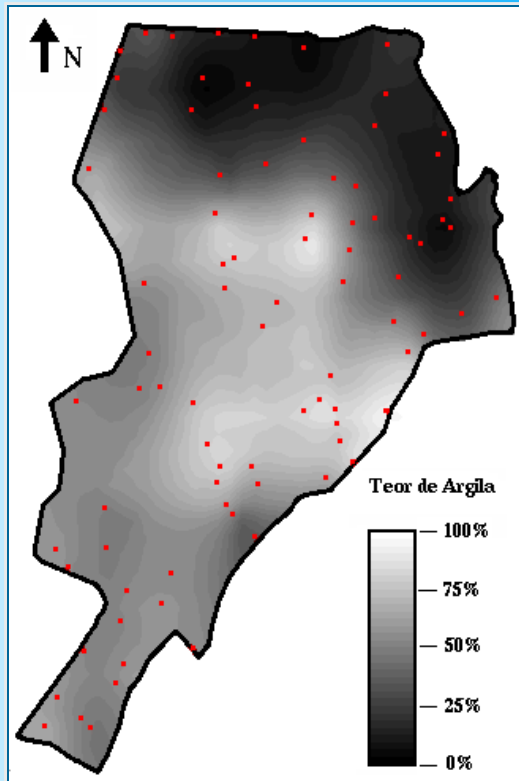
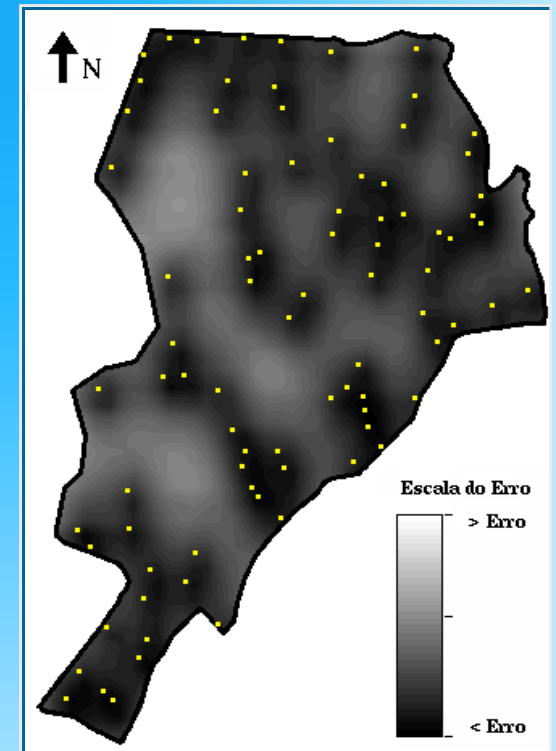


Imagem da continuidade espacial do teor de argila proveniente de um modelo de krigeagem anisotrópico

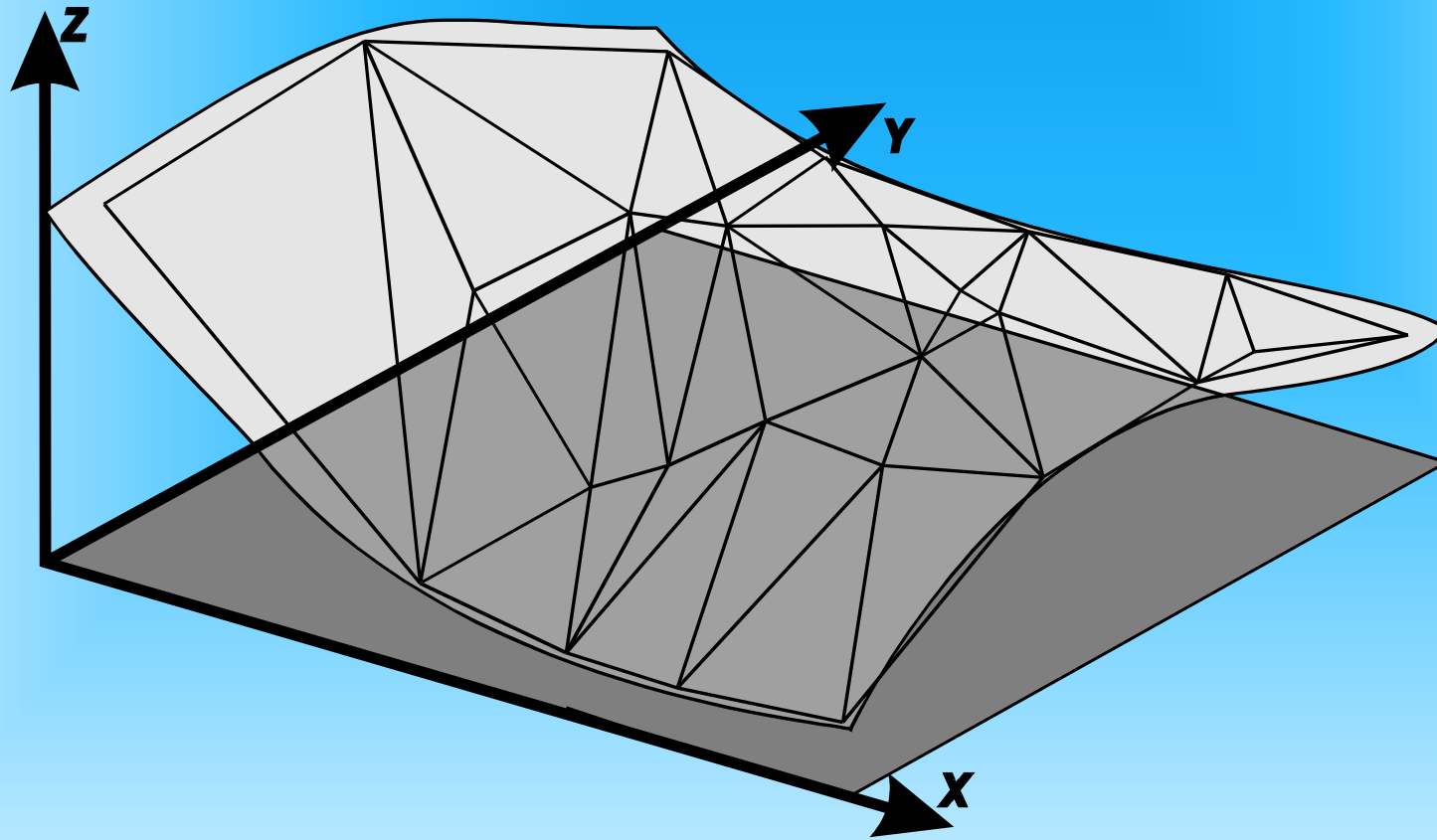
Imagem da variância de krigeagem relativa ao teor de argila



Modelagem por Grade Retangular (Métodos Estocástico x Determinístico)

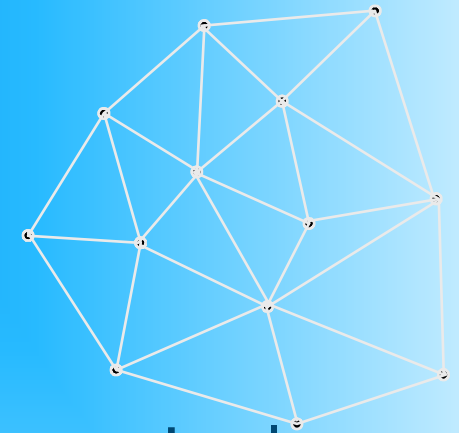
Métodos Geoestatísticos	Métodos Determinísticos
<ul style="list-style-type: none">os pesos são determinados a partir de uma análise de correlação espacial baseada no semivariograma. $\lambda_i = f[\gamma(\mathbf{h})]$	<ul style="list-style-type: none">os pesos são determinados meramente em função da distância. $\lambda_i = f(d_i)$
<ul style="list-style-type: none">Área de influência na interpolação é indicada pelo alcance.	<ul style="list-style-type: none">raio de busca é arbitrário.
<ul style="list-style-type: none">Modela anisotropia, isto é, detecta as direções de maior e menor continuidade espacial do fenômeno.	<ul style="list-style-type: none">Anisotropia, em geral, é ignorada.
<ul style="list-style-type: none">Trata redundância automaticamente atribui pesos adequados para agrupamentos (clusters) de amostras.	<ul style="list-style-type: none">Redundância não tratada automaticamente podem ocorrer superestimação ou subestimação de valores.

Modelagem por Grade Triangular

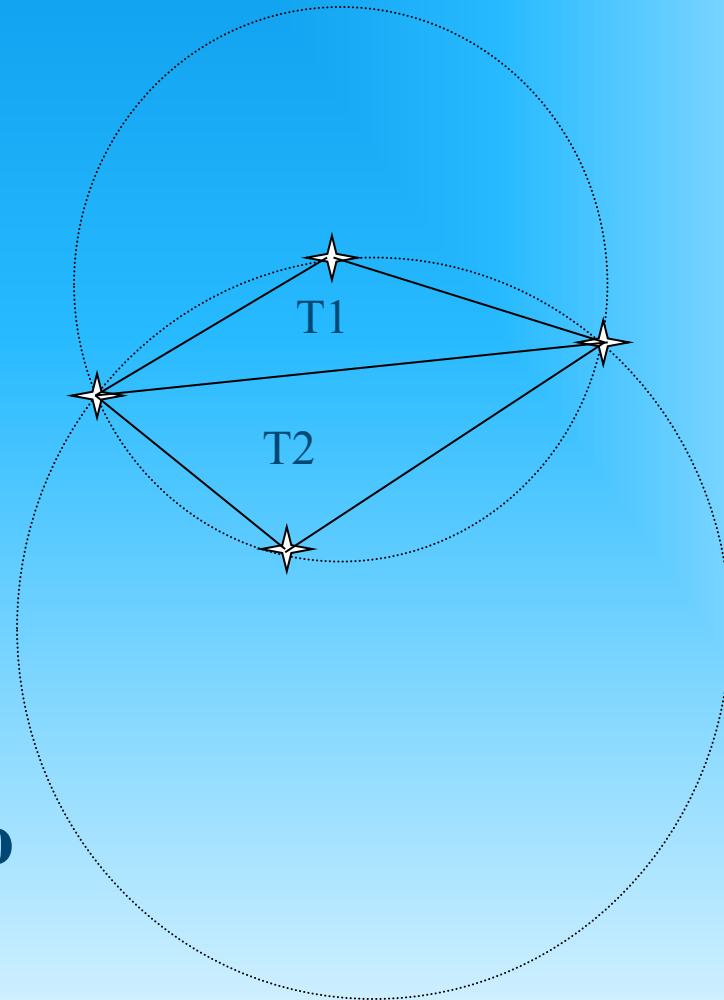
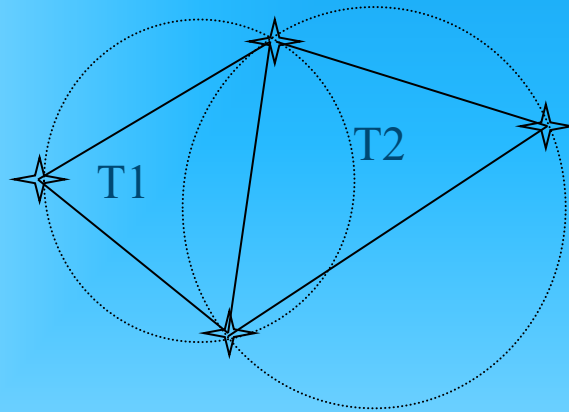


Modelagem por Grade Triangular: Conceitos

- Superfície definida por um poliedro
 - faces triangulares
 - vértices = pontos amostrados
 - triangulação não é única.
- Triangulação de Delaunay- Critério do Circumcirculo
 - “Dados os pontos p_a, p_b e $p_c \in$ Conjunto Amostral P onde $a \neq b \neq c$, uma triângulo T é dita ser de Delaunay sse $\forall t \in T$, com vértices nos pontos p_a, p_b e p_c , o circuncirculo que passa pelos vértices de t não contém nenhum outro ponto $p_d \in P / d \neq a \neq b \neq c$ ”.

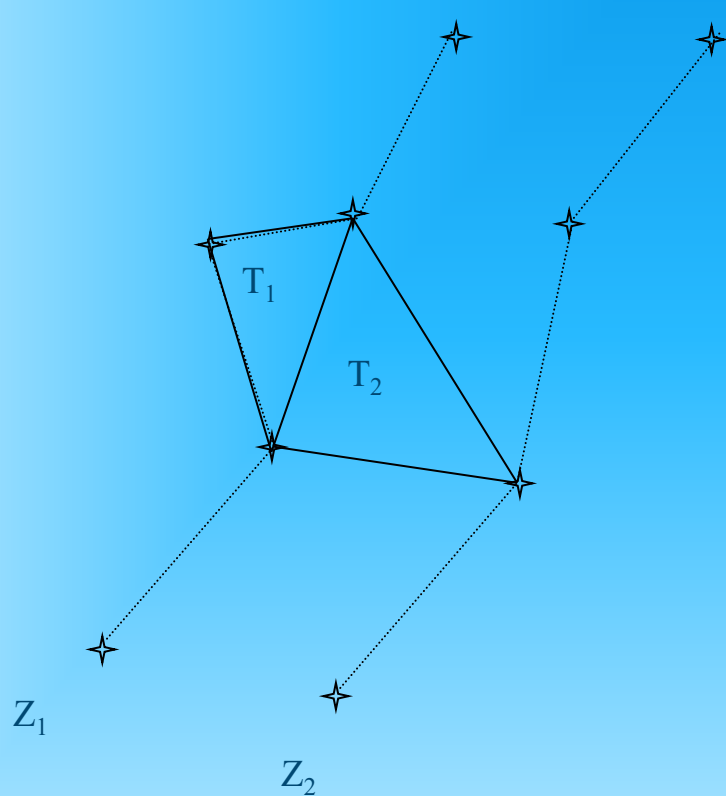


Modelagem por Grade Triangular: Triangulação de Delaunay

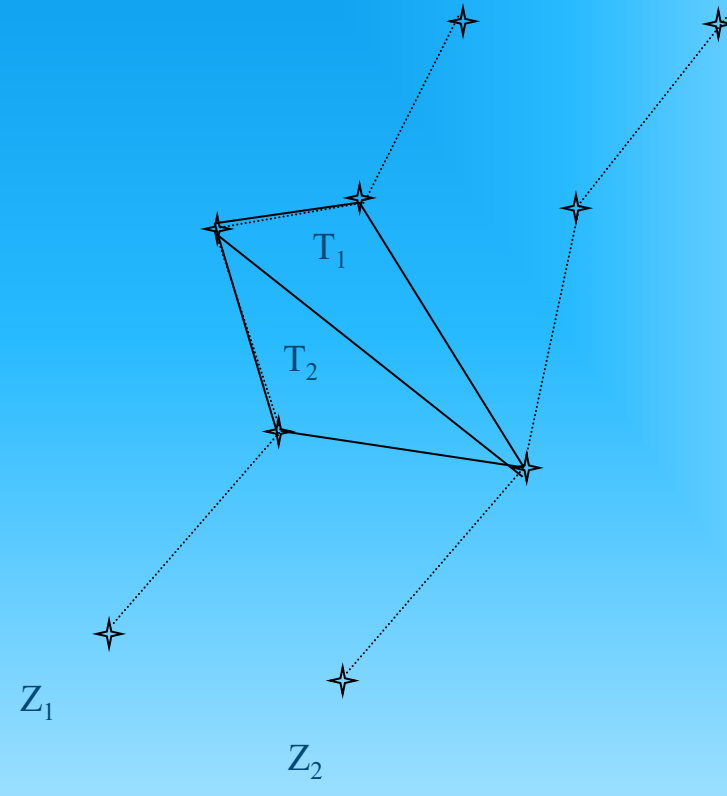


**Critério do Circumcículo
para definição da triangulação
de Delaunay.**

Modelagem por Grade Triangular: Inserção de Restrições

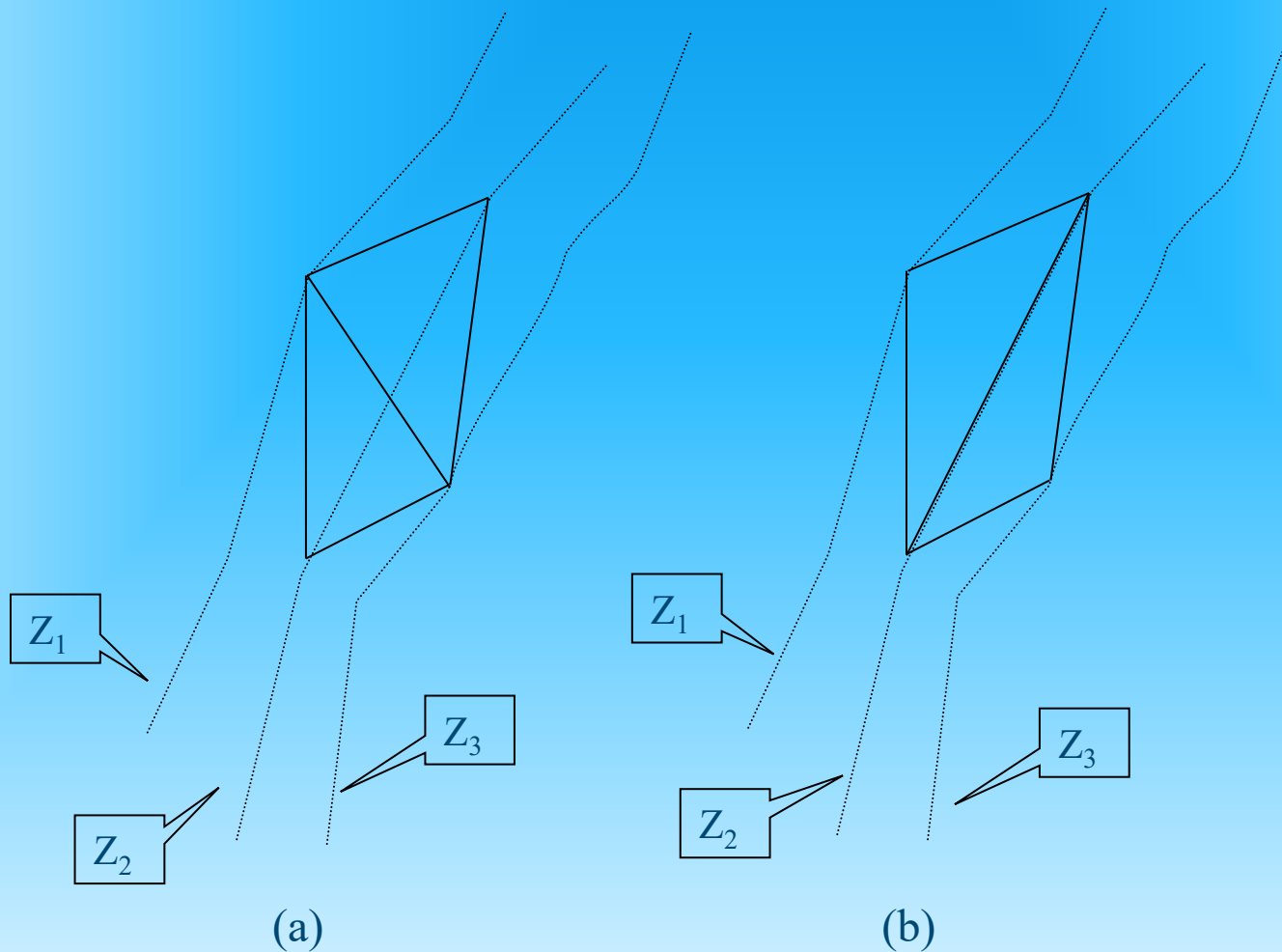


(a)

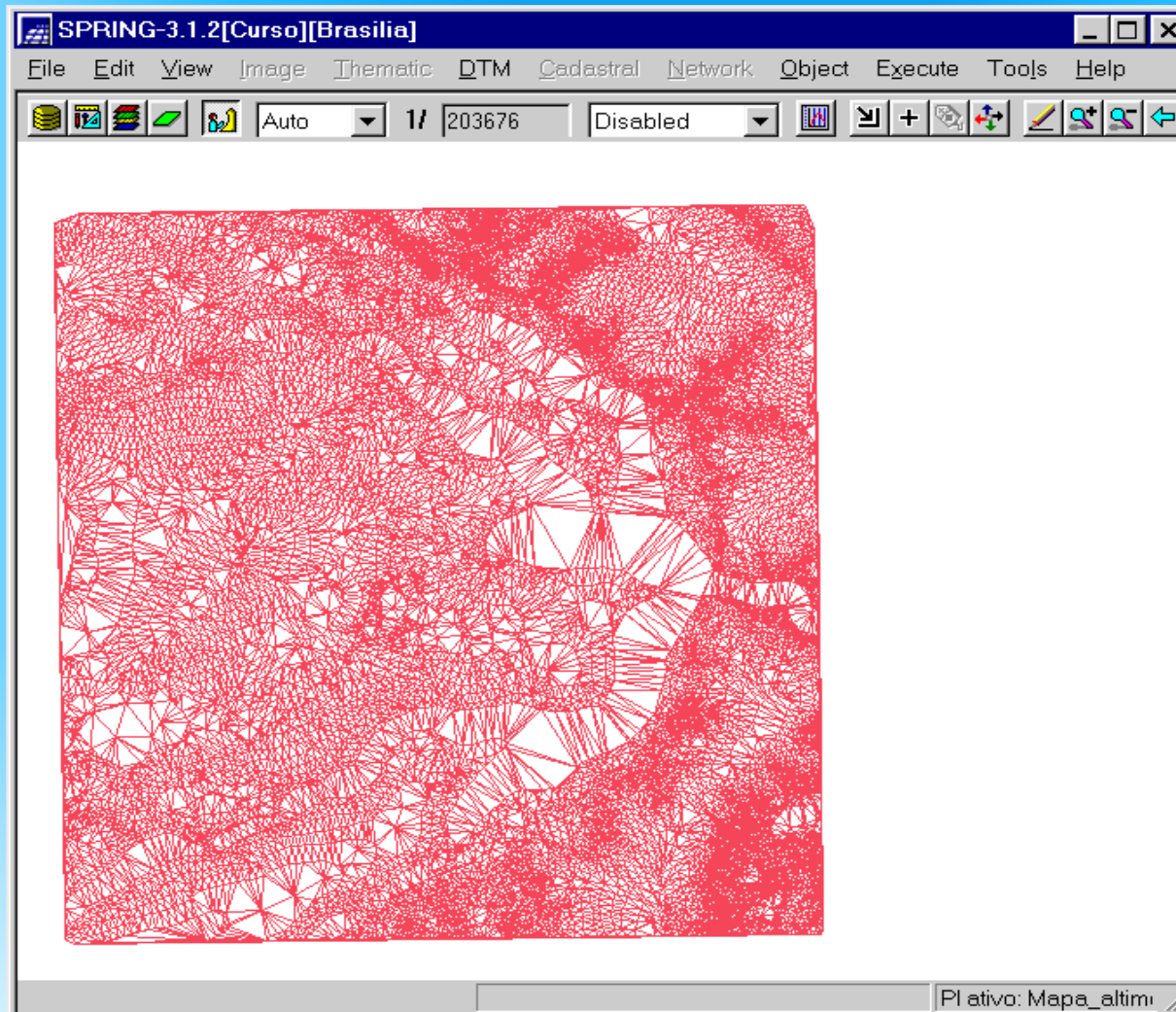


(b)

Modelagem por Grade Triangular: Inserção de Restrições



Geração de Grade Triangular: Visualização



Modelagem Numérica por Grades: Comparação

	<i>Grade triangular</i>	<i>Grade regular</i>
Vantagens	<ol style="list-style-type: none">1. Melhor representação de relevo complexo2. Incorporação de restrições como linhas de crista	<ol style="list-style-type: none">1. Facilita manuseio e conversão2. Adequada para geofísica e visualização 3D
Problemas	<ol style="list-style-type: none">1. Complexidade de manuseio2. Inadequada para visualização 3D	<ol style="list-style-type: none">1. Representação de relevo complexo2. Cálculo de declividade

Aplicações: Geração de Imagem

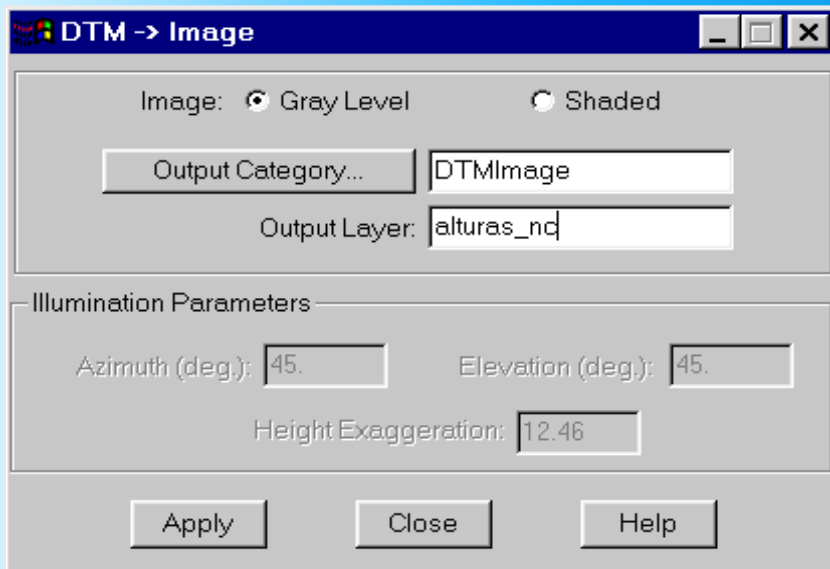


Imagem MNT Nível de Cinza

- Mapeamento linear dos valores de cota (Z) para nível de cinza

$Z_{min} \rightarrow 1$ e $Z_{max} \rightarrow 255$

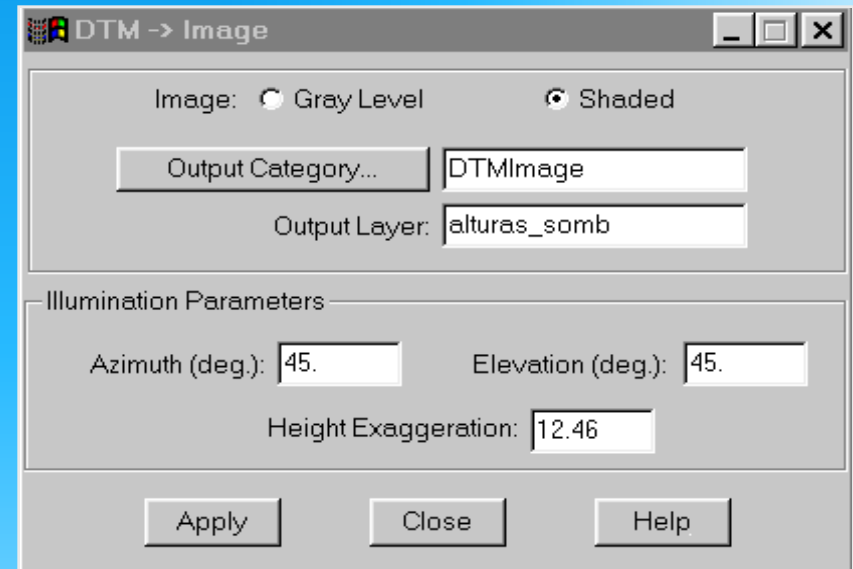


Imagem MNT Sombreada

- Valores dos níveis de cinza proporcionais à intensidade de iluminação que atinge o pixel.

Aplicações: Geração de Imagem

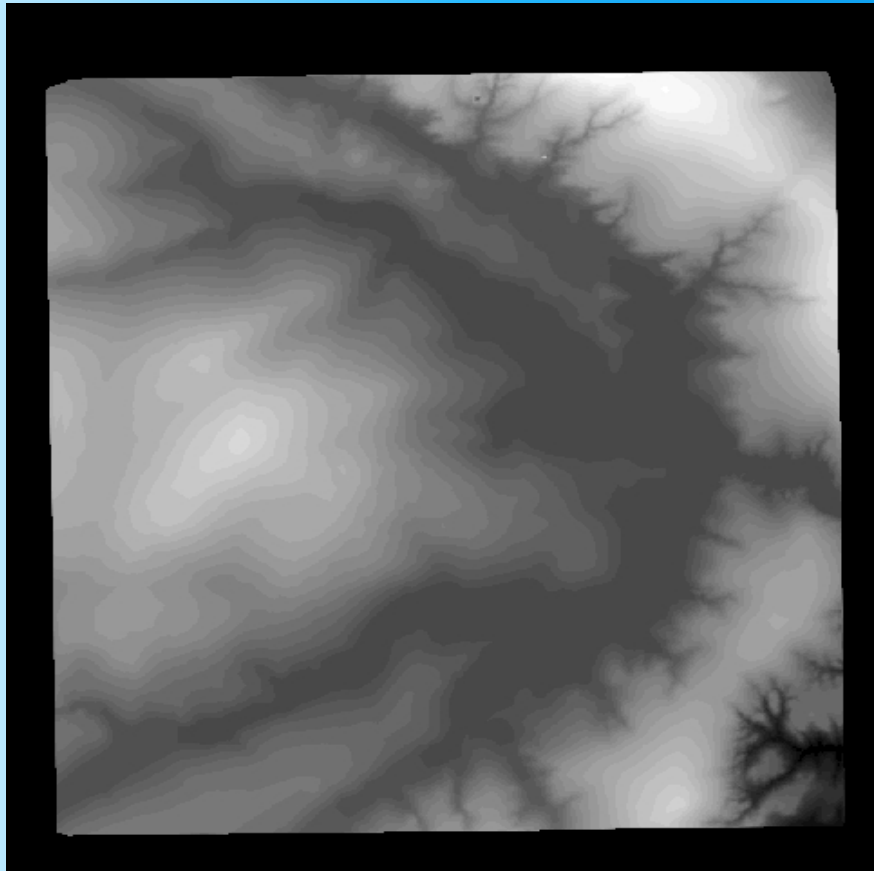


Imagem em Nível de Cinza

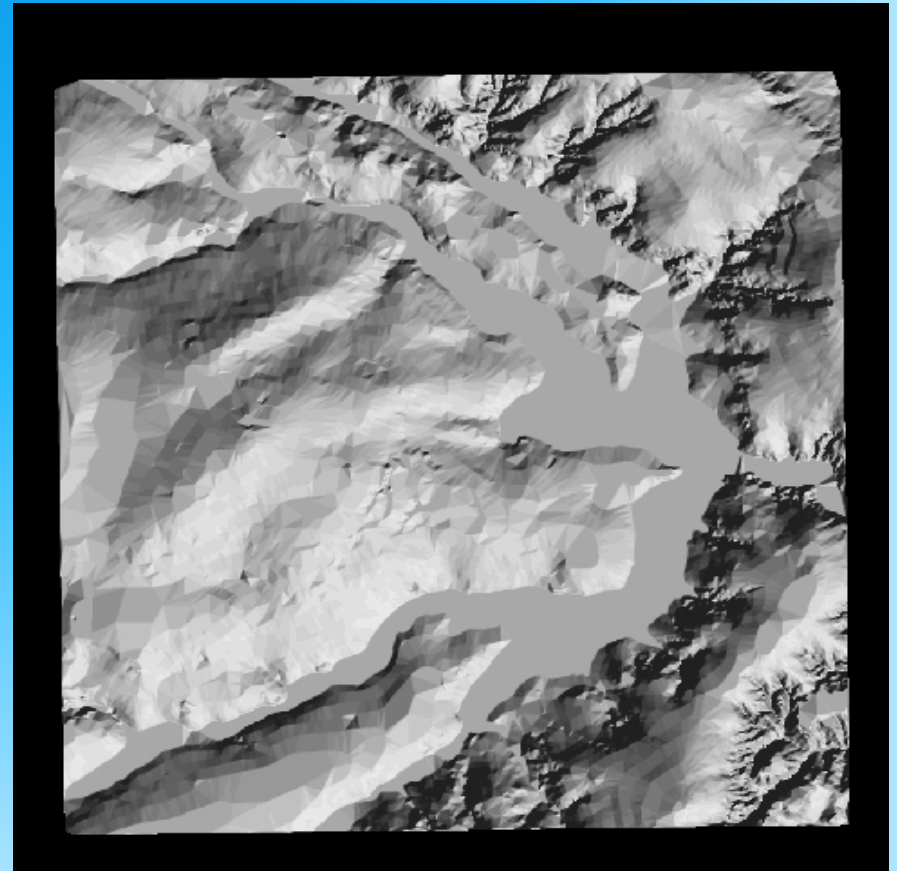
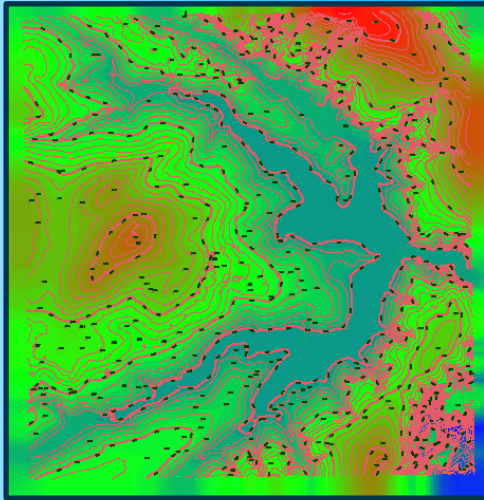


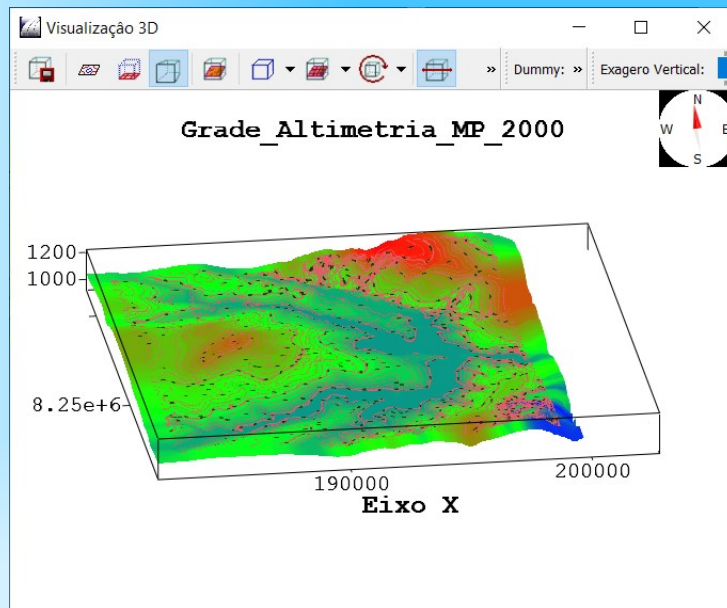
Imagem Sombreada

Aplicações

Projeção Geométrica Planar



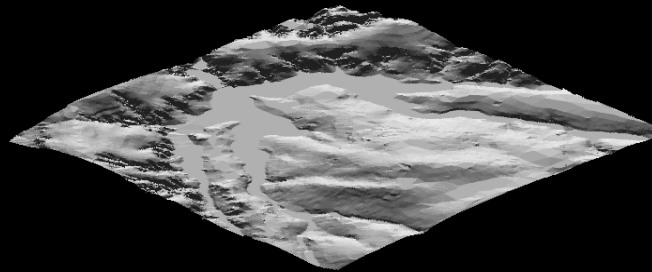
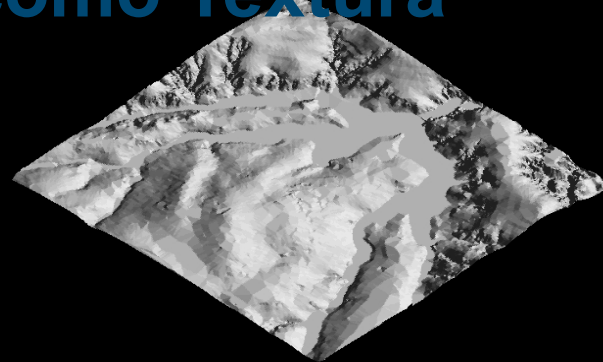
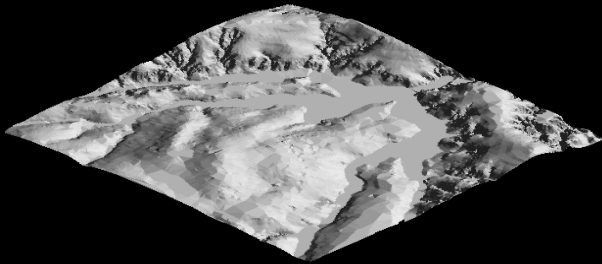
Modelo Digital de Terreno 3D, representado por uma grade regular, é projetado no plano 2D juntamente com uma imagem de textura (imagem sombreada ou imagem de sensoriamento remoto).



Aplicações

Projeção Geométrica Planar

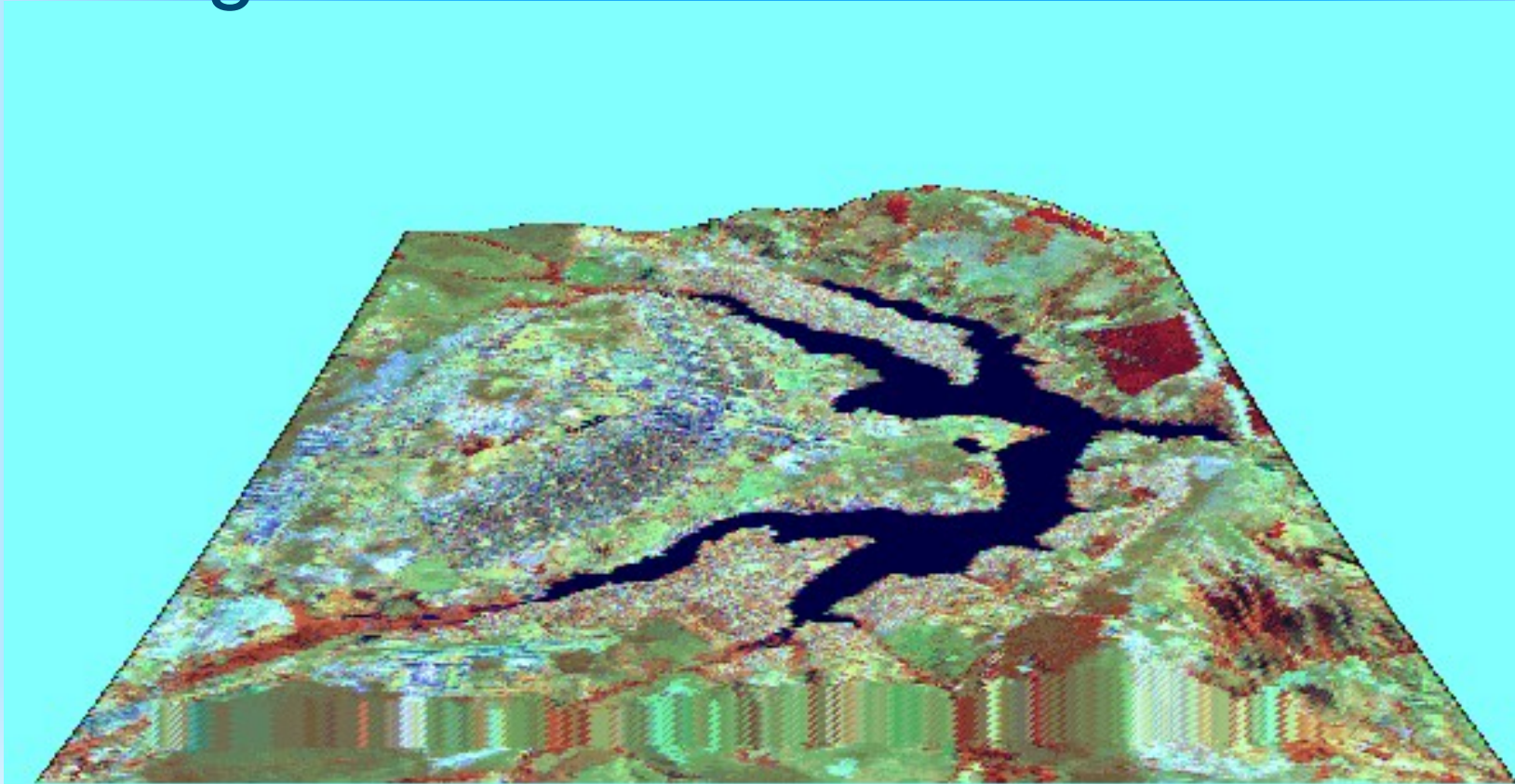
**Projeção Paralela com Imagem
Sombreada como Textura**



Aplicações:

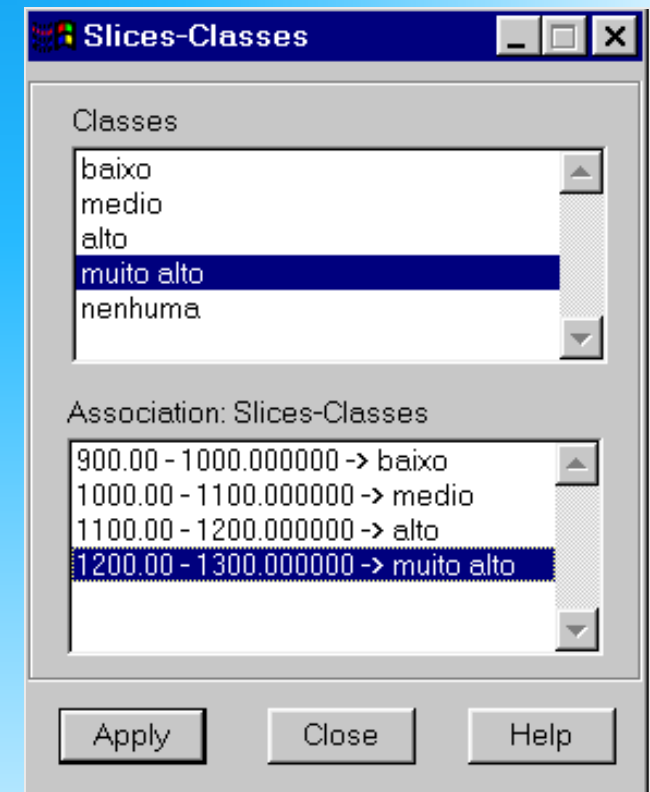
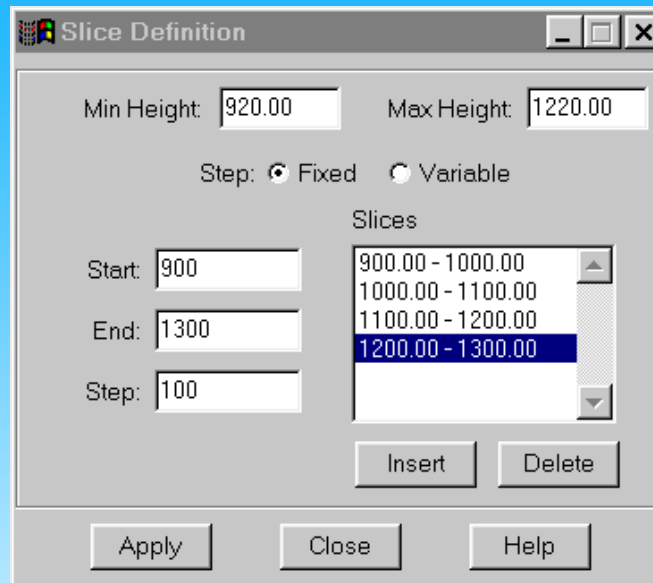
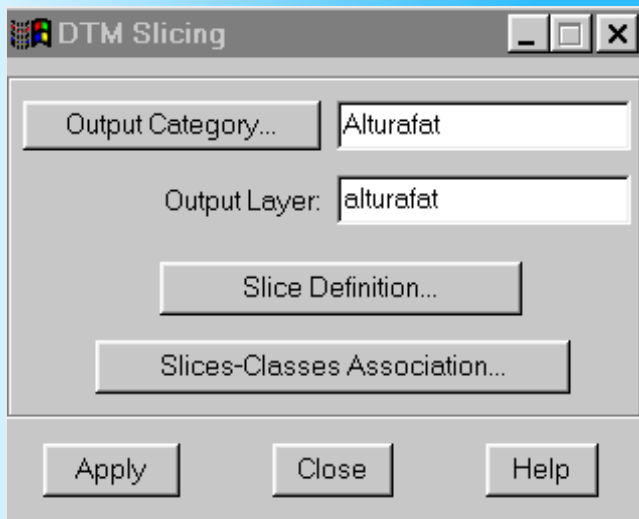
Projeção Geométrica Planar

Projeção Perspectiva do Modelo com
Imagem de Sensoriamento Remoto



Aplicações: Fatiamento

Classificação de um MNT através da definição de faixas de valores e associação desses valores com classes pré-definidas.



Aplicações: Fatiamento

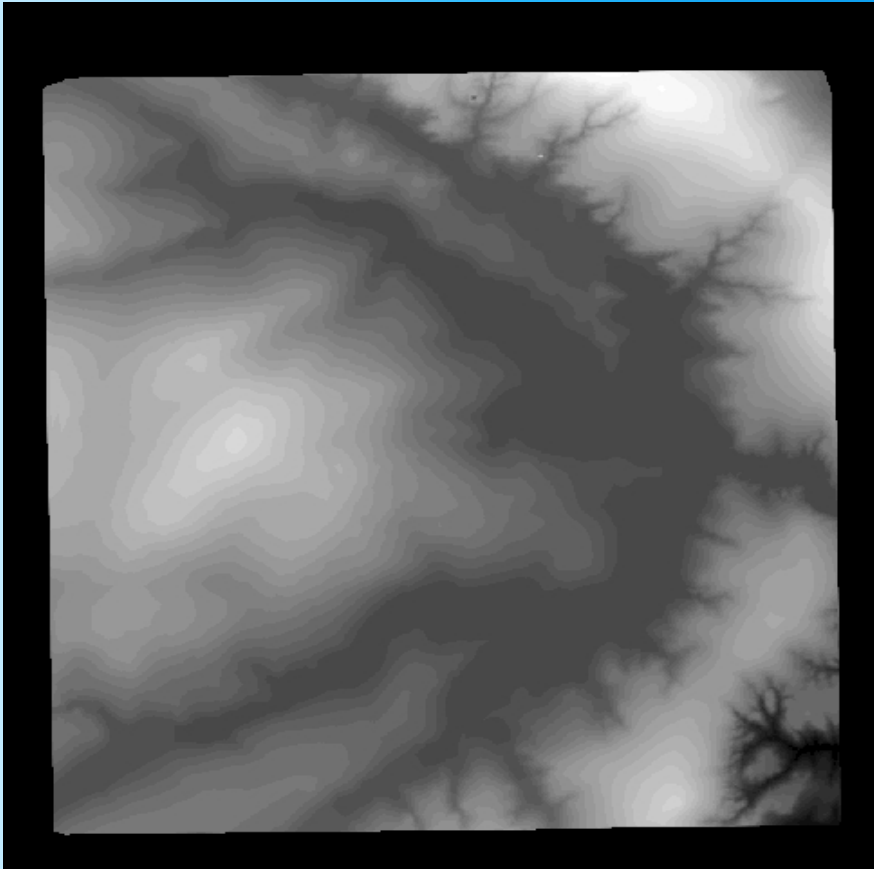


Imagem em Nível de Cinza

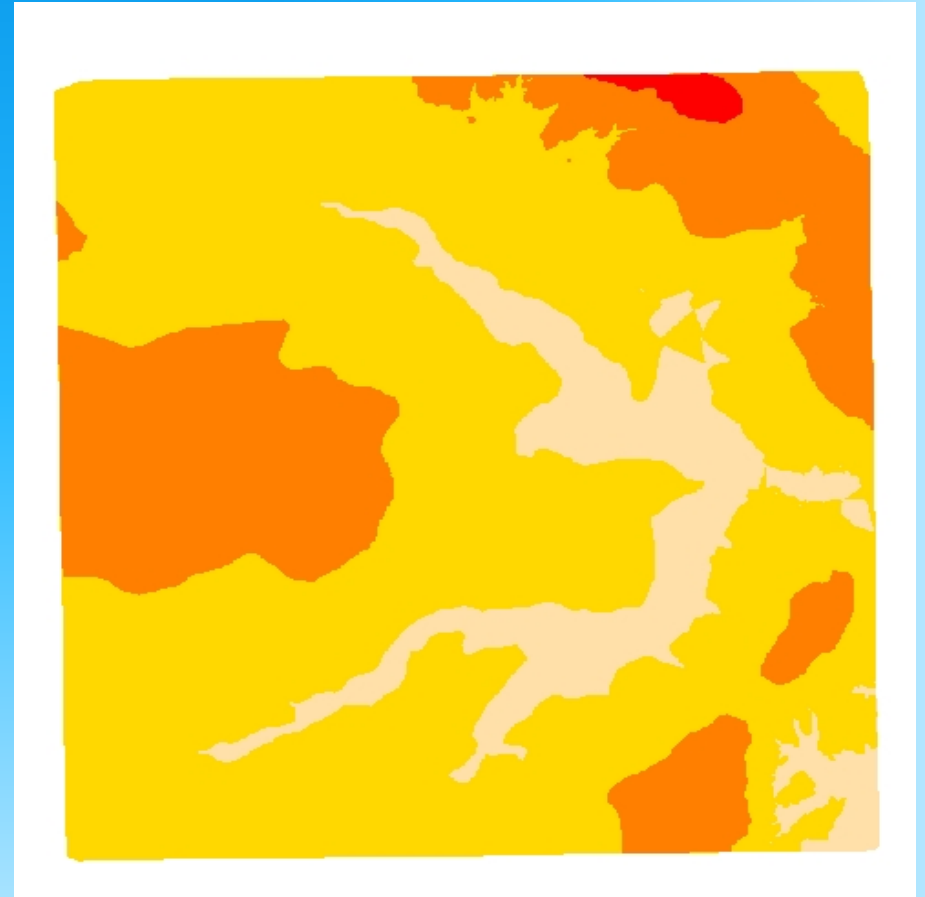


Imagem de Alturas Fatiada
(920-1000-1100-1200-1220)

Aplicações: Mapa de Declividade e Exposição Grades Retangulares

A declividade e a exposição são obtidas a partir da definição do vetor gradiente.

$$D = \arctg \{[(\delta Z/\delta X)^2 + (\delta Z/\delta Y)^2]^{1/2}\}$$

$$E = \arctg [-(\delta Z/\delta Y) / (\delta Z/\delta X)] \quad (-\Pi < E < \Pi)$$

Uma metodologia para grade regular

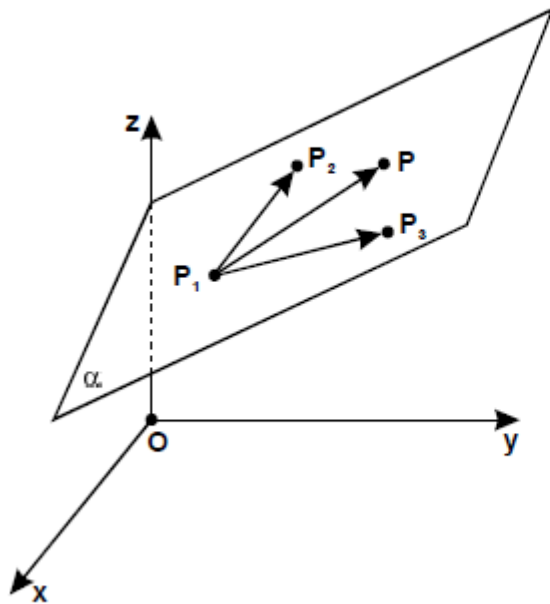
$$[\delta Z/\delta X]_{i,j} = [(Z_{i+1,j+1} + 2*Z_{i+1,j} + Z_{i+1,j-1}) - (Z_{i-1,j+1} + 2*Z_{i-1,j} + Z_{i-1,j-1})] / 8*\delta X$$

$$[\delta Z/\delta Y]_{i,j} = [(Z_{i+1,j+1} + 2*Z_{i,j+1} + Z_{i-1,j+1}) - (Z_{i+1,j-1} + 2*Z_{i,j-1} + Z_{i-1,j-1})] / 8*\delta Y$$

$Z_{i-1,j+1}$	$Z_{i,j+1}$	$Z_{i+1,j+1}$
$Z_{i-1,j}$	$Z_{i,j}$	$Z_{i+1,j}$
$Z_{i-1,j-1}$	$Z_{i,j-1}$	$Z_{i+1,j-1}$

Aplicações: Mapa de Declividade e Exposição Grades Triangulares

c) O plano é definido por três pontos não colineares.



Dados

$$P_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

$$P_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

$$P_3 = (x_3, y_3, z_3)$$

O plano α é determinado pelos pontos P_1 , P_2 e P_3 . Um ponto genérico $P = (x, y, z)$ pertence ao plano α se, e somente se, os vetores $(P - P_1)$, $(P_2 - P_1)$ e $(P_3 - P_1)$ forem coplanares:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Equação do plano

$$z = ax + by + c$$

sendo:

$$a = \delta Z / \delta X$$

$$b = \delta Z / \delta Y$$

$$D = \arctg \{ [(\delta Z / \delta X)^2 + (\delta Z / \delta Y)^2]^{1/2} \}$$

$$E = \arctg [-(\delta Z / \delta Y) / (\delta Z / \delta X)] \quad (-\Pi < E < \Pi)$$

Aplicações: Mapa de Declividade

+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
1.776	2.211	2.717	2.147	4.004	2.457	5.100	5.984	3.245	2.562	2.435	4.751
1.832	3.563	0.0	0.0	3.133	2.678	0.0	2.686	2.716	1.327	3.698	3.030
3.562	3.802	2.598	1.808	2.258	0.0	2.011	2.079	2.857	5.785	3.354	2.613
2.216	1.989	2.797	1.878	2.724	1.833	0.0	3.134	1.462	2.631	2.117	8.9e-001
1.609	1.164	6.9e-001	3.028	2.415	2.674	1.067	0.0	1.897	3.503	1.575	2.106
9.5e-001	8.8e-001	1.294	1.782	1.513	1.631	3.076	0.0	0.0	0.0	2.089	8.327
4.1e-001	1.423	2.049	1.246	1.286	2.210	1.101	5.7e-001	1.306	0.0	5.032	0.0
1.362	1.644	1.560	1.278	1.958	2.919	2.290	2.170	2.638	3.336	1.614	2.203
0.0	9.5e-001	1.507	1.656	3.236	1.494	0.0	0.0	0.0	4.522	4.0e-002	5.640
2.4e-001	2.427	1.084	0.0	2.815	1.162	0.0	1.822	4.486	2.907	10.7	3.312
2.568	0.0	5.420	1.368	8.8e-001	3.953	2.118	2.666	2.252	1.328	5.917	3.781
3.108	1.348	0.0	6.4e-001	1.308	7.138	1.613	2.952	2.116	4.405	29.3	3.059
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Grade regular de declividade

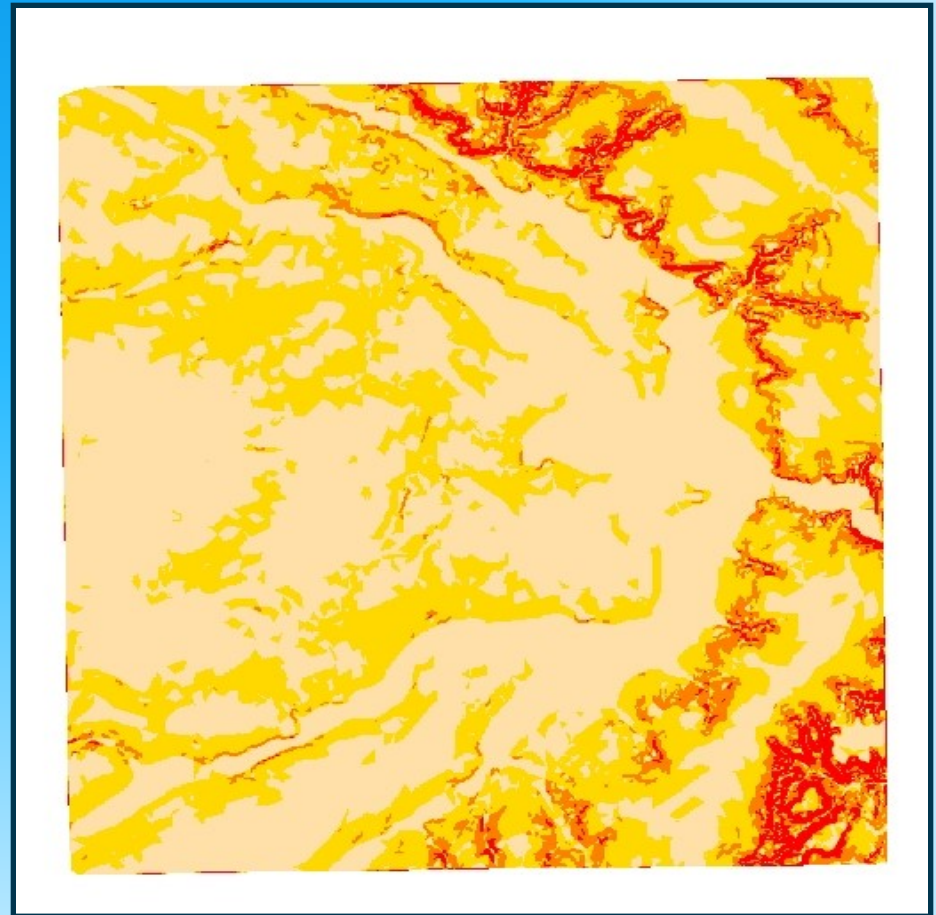
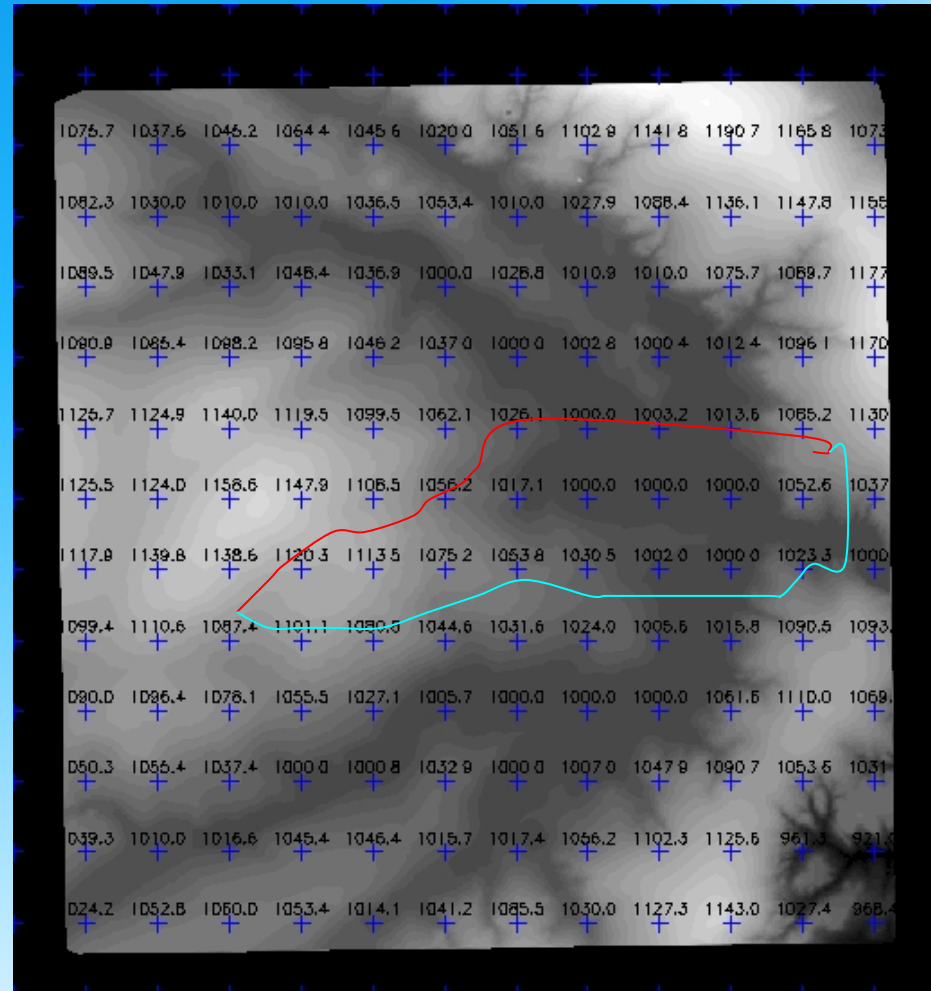
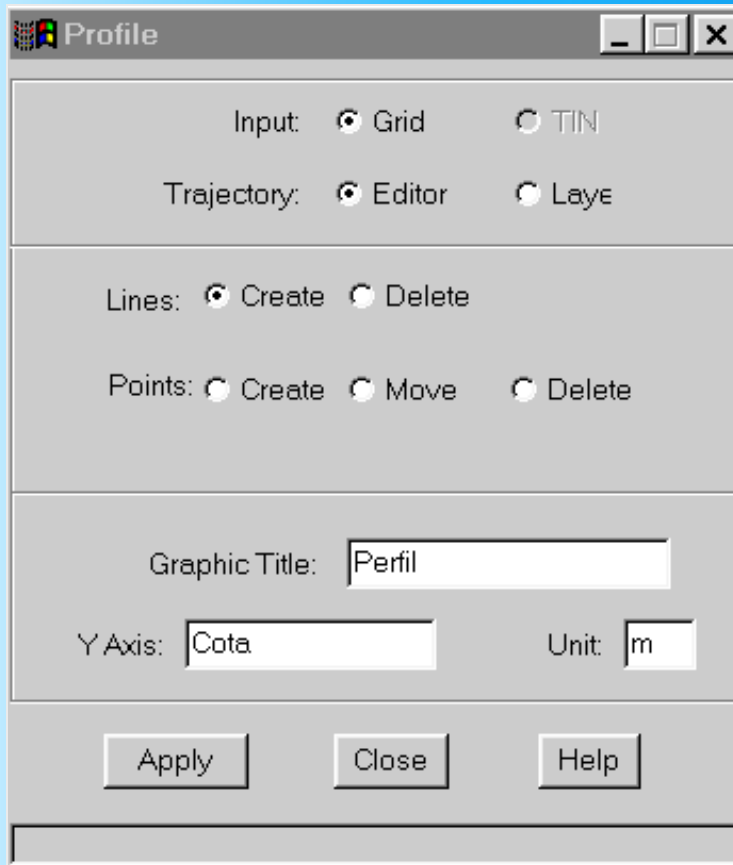


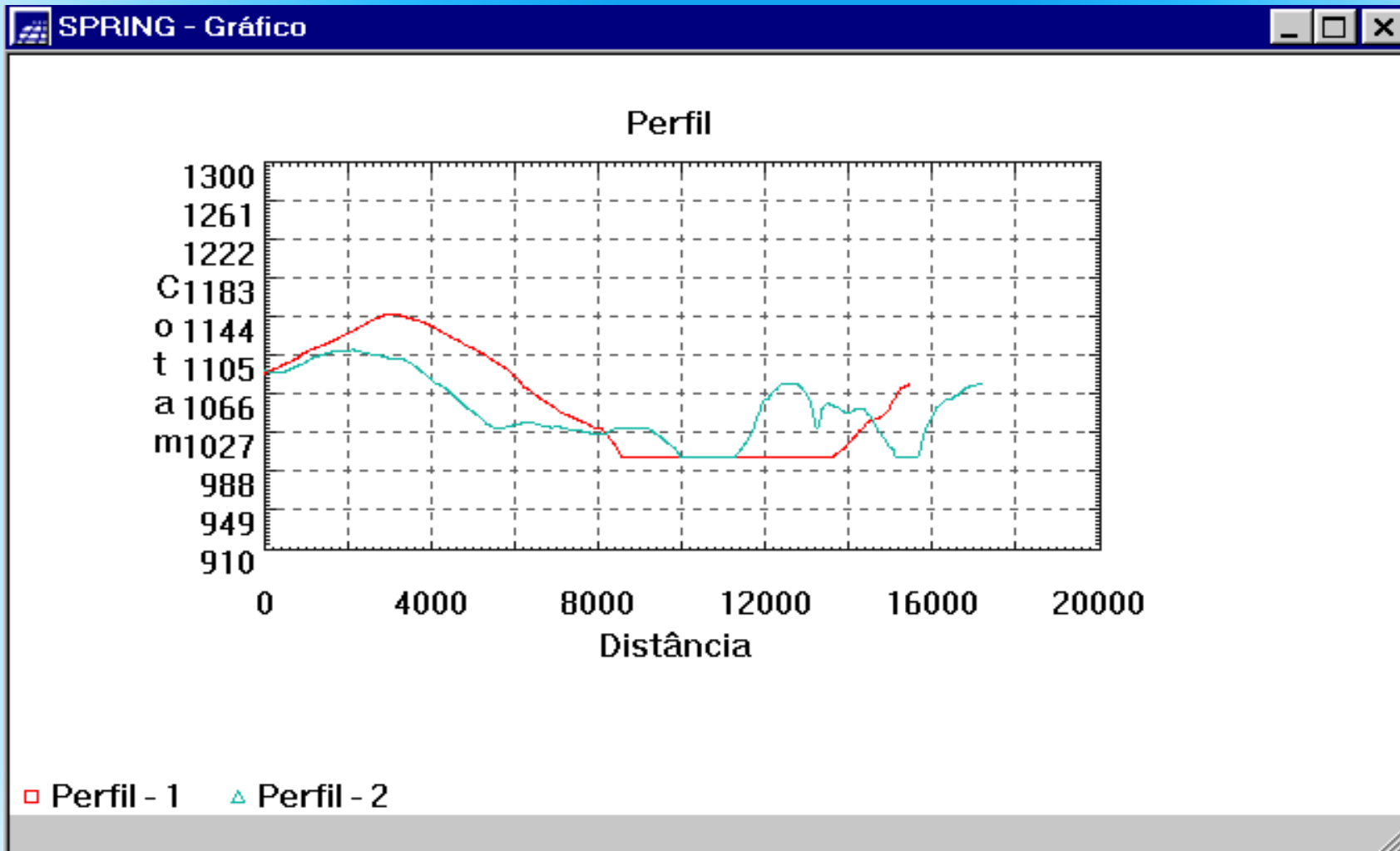
Imagem de declividade fatiada
(0-2, 2-5, 5-10 e >10)

Aplicações: Análise de Perfis

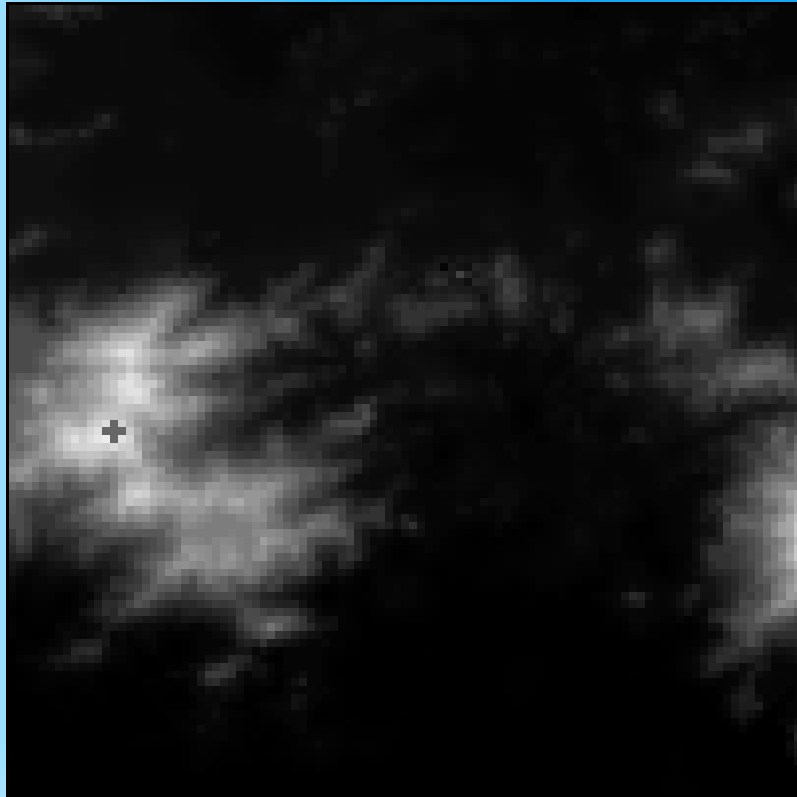


Determinação das trajetórias

Aplicações: Análise de Perfis



Aplicações: Mapas de Visibilidade

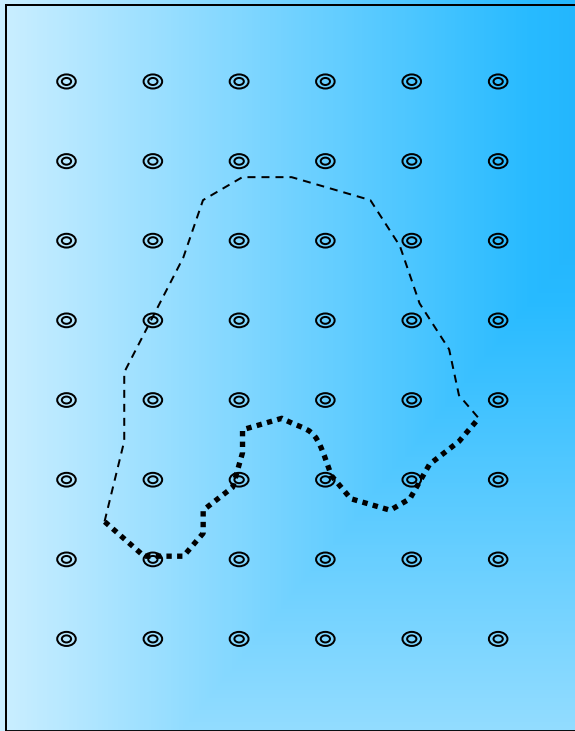


Modelo de Grade Regular



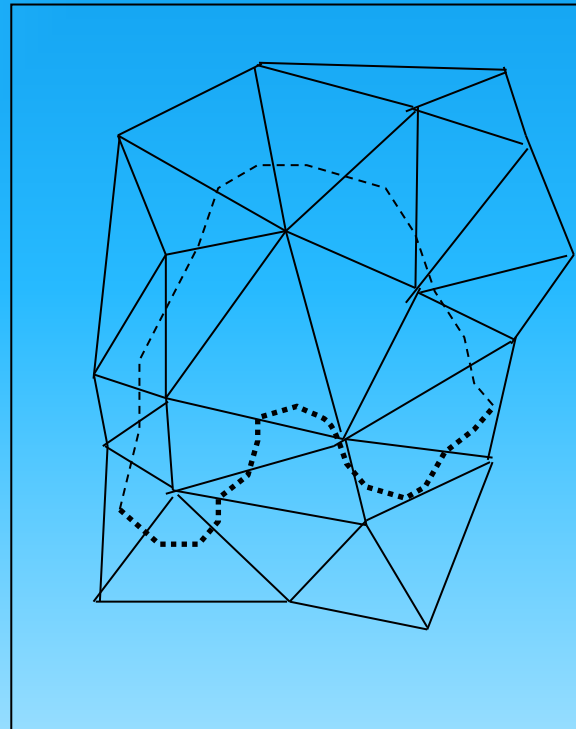
Mapa de visibilidade

Aplicações: Mapas de isolinhas



(a)

Grade Regular



(b)

Malha triangular

**Interpolações nas
arestas das células
retangulares ou
triangulares.
Isolinhas mais suaves
dependem de modelo
mais refinado.**

Aplicações: Outras

- Cálculo de volumes

Volumes de corte e aterro em relação à uma cota Z base.

- Geração automática de drenagem (em desenvolvimento)

- Outras