



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



**INTERPOLAÇÃO DE DADOS BATIMÉTRICOS DO
RESERVATÓRIO DE TUCURUÍ: COMPARAÇÃO DE
INTERPOLADORES E DO NÚMERO DE PONTOS
AMOSTRADOS.**

David de Andrade Costa

Monografia para disciplina de Introdução
ao Geoprocessamento SER-300. Curso de
Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto,
orientando do Dr. João Antônio
Lorenzetti.

INPE
São José dos Campos
2014

RESUMO

Dada a importância do conhecimento da superfície batimétrica de reservatórios para a gestão do sistema hidrelétrico brasileiro, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e a Agência Nacional de Águas (ANA) promulgaram uma resolução conjunta que determina a frequência de levantamentos batimétricos de no mínimo de 10 anos. Tendo em vista que a batimetria convencional é geralmente um processo caro e demorado, o objetivo deste trabalho é avaliar quantos pontos amostrais são necessários para ajuste de uma superfície batimétrica do represamento de Tucuruí, para tal foram testadas as técnicas de interpolação pelo vizinho mais próximo (VMP), inverso do quadrado da distância (IQD) e krigagem ordinária (KO). Do conjunto amostral, 20% dos dados foram separados para validação dos resultados gerados, os 80% restantes foram separados em três grupos para interpolação, respectivamente 80%, 40% e 25% do conjunto amostral. Com o intuito de verificar qual interpolador possui o melhor desempenho, foi utilizado o conjunto de pontos com 25% do total das amostras nos interpoladores VMP, IQD e KO. A KO apresentou o melhor desempenho (RMSE igual a 1.253) e, por isso, foram testados neste interpolador os conjuntos com 40% e 80% do total das amostras para avaliarmos a influência do número de amostras para este interpolador. Após a validação o RMSE foi respectivamente 1.136 m e 0.854 m, o que mostra que a KO ordinária é o melhor interpolador e que quanto maior o número de amostras, menor será o erro da estimativa, conforme esperado.

Palavras-chave: Batimetria. Superfície batimétrica. Krigagem ordinária. Vizinho mais próximo. Inverso do quadrado da distância.

1 Introdução

Para um bom gerenciamento dos recursos hídricos em uma bacia hidrográfica é importante que se conheça a curva Cota-Área-Volume dos reservatórios. Concessionárias de energia e empresas públicas se pautam nesta relação em suas tomadas de decisões considerando os usos múltiplos que os reservatórios apresentam. Devido ao processo de assoreamento dos reservatórios, é necessário que essa relação seja atualizada com certa frequência, tendo como base levantamentos batimétricos atualizados (MATOS, 2012).

Geralmente, inventário da batimetria dos reservatórios é realizado por ecobatímetros que são baseados no intervalo de tempo entre o envio e a recepção de pulsos acústicos após a sua reflexão no fundo do reservatório (Barbosa et al., 2006).

Lopes et al. (2010) realizaram o levantamento batimétrico do reservatório de Sobradinho, localizado no norte do Estado da Bahia, com o objetivo de gerar uma superfície batimétrica deste reservatório. Para tal, foram testados seis interpoladores e avaliados em função de estatísticas descritivas, erro médio, coeficiente de correlação e raiz do desvio médio quadrático (RMSD). Para a validação das superfícies interpoladas, foram separados 10% das amostras.

Warmink et al. (2011) destaca que a modelagem de processos fluviais envolve inúmeras incertezas, o conhecimento do tipo e da magnitude das incertezas é fundamental para uma interpretação significativa dos resultados do modelo e da utilidade dos resultados nos processos de tomada de decisão. Dessa forma, os dados batimétricos e topográficos tem a maior contribuição nas incertezas dos resultados gerados em modelos hidrodinâmicos. Em decorrência dessas incertezas há um significativo efeito sobre a previsão dos níveis de água dos reservatórios.

A modelagem batimétrica de reservatórios de grandes dimensões traz dificuldades adicionais e características particulares que devem ser investigadas. Isso pode significar, por exemplo, a necessidade de avaliação dos métodos de interpolação que melhor se adéquam a esses reservatórios bem como à disposição e densidade de amostras. A determinação precisa da

batimetria em lagos, oceanos e rios fornece informações para a estimativa da capacidade do reservatório e controle do volume de assoreamento (LOPES et al. 2010).

Dado a importância do conhecimento da superfície batimétrica de reservatórios para a gestão do sistema hidrelétrico brasileiro, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e a Agência Nacional de Águas (ANA) promulgaram a resolução conjunta ANEEL-ANA nº 3 de agosto de 2010, que determina a frequência de levantamentos batimétricos de no mínimo de 10 anos.

Tendo em vista que a batimetria convencional é geralmente um processo caro e demorado (ALACÂNTARA et al. 2009), o objetivo deste trabalho é avaliar quantos pontos amostrais são necessários para ajuste de uma superfície batimétrica do represamento de Tucuruí, para tal serão testadas as técnicas de interpolação pelo vizinho mais próximo, inverso do quadrado da distância e krigagem ordinária.

2 Materiais e Métodos

2.1. Dados utilizados

Os dados utilizados neste trabalho foram coletados em campo no reservatório de Tucuruí no ano de 2013. Estes dados estão organizados de acordo com sua posição geográfica e com sua respectiva profundidade medida. O conjunto amostral possui aproximadamente 180 mil pontos.

2.2. Separação dos dados

Do conjunto amostral 20% foi separado para validação dos resultados gerados, os 80% restantes foram separados em três grupos para interpolação, respectivamente 80%, 40% e 25% do conjunto amostral.

2.3. Interpoladores

2.3.1. Interpolação pelo vizinho mais próximo

Esta interpolação é definida pela escolha de apenas uma amostra vizinha para cada ponto da grade. Este interpolador deve ser usado quando se deseja manter os valores de cotas das amostras na grade, sem gerar valores intermediários (FELGUEIRAS; CÂMARA, 2001).

2.3.2. Interpolação pelo inverso do quadrado da distância

Nesta interpolação o valor de cota de cada elemento da grade (z_i) é definido pela média ponderada dos valores de cota das amostras vizinhas (FELGUEIRAS; CÂMARA, 2001).

$$z_i = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} z_j}{\sum_{j=1}^n w_{ij}} \quad (2.3.2.1)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}^k} \quad (2.3.2.2)$$

Onde:

z_i é o valor de cota de um ponto i qualquer da grade;

z_j é a cota de uma amostra j vizinha do ponto i da grade;

w_{ij} é um fator de ponderação, sendo k o expoente da distância, neste caso igual a 2 e d_{ij} o valor de distância da amostra j ao ponto i .

2.3.3. Interpolação por Krigagem Ordinária¹

2.3.3.1. Fundamentação teórica

Krigagem compreende um conjunto de técnicas de estimação e predição de superfícies baseada na modelagem da estrutura de correlação espacial. A hipótese implícita no procedimento geoestatístico é que o processo estudado é estacionário, os passos num estudo empregando técnicas de krigagem incluem:

- (a) análise exploratória dos dados;
- (b) análise estrutural (modelagem da estrutura de correlação espacial);
- (c) interpolação estatística da superfície.

O que diferencia a krigagem de outros métodos de interpolação é a estimação de uma matriz de covariância espacial que determina os pesos atribuídos às diferentes amostras, o tratamento da redundância dos dados, a vizinhança a ser considerada no procedimento inferencial e o erro associado ao valor estimado. Além disso, a krigagem também fornece estimadores com propriedades de não tendenciosidade e eficiência. A estrutura teórica da krigagem está baseada no conceito de variável regionalizada, desenvolvida por Georges Matheron. Uma variável regionalizada é uma variável distribuída no espaço (ou tempo) cujos valores são considerados como realizações de uma função aleatória (ou processo aleatório, ou campo aleatório, ou processo estocástico). Esta teoria permite incluir hipóteses estatísticas em processos espaciais locais. A variação espacial de uma variável regionalizada pode ser expressa pela soma de três componentes: a) uma componente estrutural, associada a um valor médio constante ou a uma tendência constante; b) uma

¹ Adaptado de CAMARGO et al. 2004.

componente aleatória, espacialmente correlacionada; e c) um ruído aleatório ou erro residual. Se o vetor x representa uma posição em uma, duas ou três dimensões, então o valor da função aleatória Z , em x , é dada por:

$$Z(x) = \mu(x) + \epsilon'(x) + \epsilon''(x) \quad (2.3.3.1.1)$$

onde:

$\mu(x)$ é uma função determinística que descreve a componente estrutural de Z

em x ;

$\epsilon'(x)$ é um termo estocástico correlacionado, que varia localmente;

ϵ'' é um ruído aleatório não correlacionado, com distribuição normal com média zero e variância σ^2 .

A hipótese mais simples sobre o comportamento da variável regionalizada é que a média do fenômeno, $\mu(x)$, seja constante na região de estudo, o que implica em não haver variação significativa na larga escala. Esta hipótese dá origem aos interpoladores de Krigagem ordinária, discutida a seguir.

Na hipótese da Krigagem ordinária, $\mu(x)$ é constante e denotada por m . Deste modo, o valor esperado da função aleatória Z nas posições x e $x+h$ são iguais a m . Isto implica que o valor esperado da diferença entre os valores observados em x e $x+h$, separados por um vetor de distância h , é nulo:

$$E [Z(x) - Z(x+h)] = 0 \quad (2.3.3.1.2)$$

Admite-se também que o fenômeno considerado seja estacionário de segunda ordem, isto é, a covariância entre dois pares quaisquer $Z(x)$ e $Z(x+h)$, separados por um vetor distância h , existe e depende somente de h . Então:

$$C(h) = \text{COV} [Z(x), Z(x+h)] = E[Z(x).Z(x+h)] - m^2 \quad (2.3.3.1.2)$$

Adicionalmente, a estacionariedade da covariância implica na estacionariedade da variância:

$$\text{Var}(Z(x)) = E [Z(x) - m]^2 = E[Z^2(x)] - 2E[Z(x)].m + m^2 \quad 3.13 \quad (2.3.3.1.3)$$

ou ainda

$$\text{Var}(Z(x)) = E[Z^2(x)] - 2m.m + m^2 = E[Z^2(x)] - m^2 = C(0) \quad 3.14 \quad (2.3.3.1.4)$$

Deste modo, verifica-se que as hipóteses de média constante e estacionariedade da covariância implicam que a determinação da função $C(h)$ é suficiente para caracterizar a variável regionalizada. Isto quer dizer que a função $C(h)$ permite caracterizar o termo estocástico $\varepsilon'(x)$. Para determinar $C(h)$, utiliza-se uma função auxiliar, chamada de função variograma $2\gamma(h)$, definida por:

$$2\gamma(h) = E[Z(x) - Z(x+h)]^2 \quad (2.3.3.1.5)$$

$$2\gamma(h) = E[Z^2(x) - 2.Z(x).Z(x+h) - Z^2(x+h)] \quad (2.3.3.1.6)$$

$$2\gamma(h) = E[Z^2(x)] - 2 E[Z(x).Z(x+h)] - E[Z^2(x+h)] \quad (3.17) \quad (2.3.3.1.7)$$

Da equação (2.3.3.1.4), obtém-se

$$E[Z^2(x)] = E[Z^2(x+h)] = C(0) + m^2 \quad (3.18) \quad (2.3.3.1.8)$$

e da equação (2.3.3.1.3) obtém-se

$$E[Z(x).Z(x+h)] = C(h) + m^2 \quad (3.19) \quad (2.3.3.1.9)$$

Substituindo as equações (2.3.3.1.8) e (2.3.3.1.9) na equação (2.3.3.1.7), obtém-se:

$$2\gamma(h) = 2C(0) - 2C(h) \text{ ou } \gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (3.20) \quad (2.3.3.1.10)$$

onde:

$\gamma(h)$ representa o semivariograma, que é metade do variograma.

A relação em (2.3.3.1.10) indica que sob a hipótese de estacionariedade de 2ª ordem, que a covariância e o semivariograma são formas alternativas de caracterizar a autocorrelação dos pares $Z(x)$ e $Z(x+h)$ separados pelo vetor h .

2.3.3.2. Determinação experimental do semivariograma

O semivariograma é uma ferramenta básica de suporte às técnicas de Krigeagem, pois permite representar quantitativamente a variação de um fenômeno regionalizado no espaço. O semivariograma pode ser calculado experimentalmente, considerando o esquema de amostragem em duas dimensões mostrado na Figura 2.3.3.2.1, onde $z(x)$ denota o valor de uma posição cujos componentes são (x_1, y_1) , e $z(x+h)$ o valor da amostra numa posição cujos componentes são (x_2, y_2) , sendo h um vetor distância (módulo e direção) que separa os pontos.

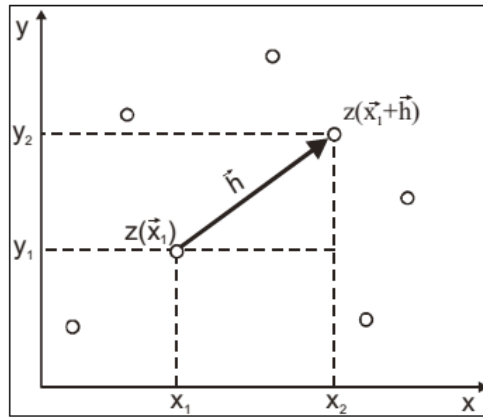


Figura 2.3.3.2.1: Amostragem em duas dimensões.

A determinação experimental do semivariograma, para cada valor de h , considera todos os pares de amostras $z(x)$ e $z(x+h)$, separadas pelo vetor distância h , a partir da equação:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad (2.3.3.2.1)$$

$\gamma(h)$ é o semivariograma estimado e $N(h)$ é o número de pares de valores medidos, $z(x)$ e $z(x+h)$, separados pelo vetor h .

Na prática, pode-se fazer a hipótese adicional de que o fenômeno é isotrópico (com comportamento igual em todas as direções). Neste caso, a determinação experimental do semivariograma depende apenas da distância entre as amostras e não da direção relativa entre elas.

As hipóteses de estacionariedade e média constante levam a postular um comportamento idealizado para o semivariograma experimental, mostrado na Figura 2.3.3.2.2. Espera-se que observações mais próximas geograficamente tenham um comportamento mais semelhante entre si do que aquelas separadas por maiores distâncias. Assim, o valor absoluto da diferença entre duas amostras $z(x)$ e $z(x+h)$ deveria crescer à medida que aumenta a distância entre elas, até um valor na qual os efeitos locais não teriam mais influência.

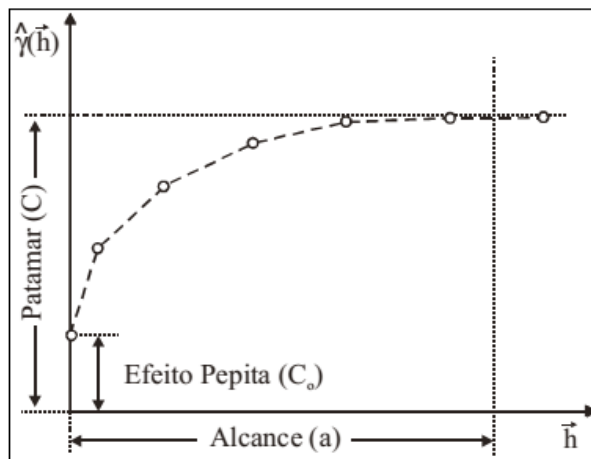


Figura 2.3.3.2.2: Parâmetros do variograma.

Os parâmetros do semivariograma podem ser observados na Figura 2.3.3.2.2.

Alcance (a): distância dentro da qual as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente.

Patamar (C): é o valor do semivariograma correspondente a seu alcance (a). Deste ponto em diante, considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras, porque a variância da diferença entre pares de amostras ($\text{Var}[Z(x) - Z(x+h)]$) torna-se aproximadamente constante.

Efeito Pepita (C_0): idealmente, $\gamma(0)=0$. Entretanto, na prática, à medida que h tende para zero, $\gamma(h)$ se aproxima de um valor positivo chamado Efeito Pepita (C_0), que revela a descontinuidade do semivariograma para distâncias menores do que a menor distância entre as amostras. O efeito pepita é o valor da semivariância para a distância zero e representa a componente da variabilidade espacial que não pode ser relacionado com uma causa específica (variabilidade ao acaso). Parte desta descontinuidade pode ser também devida a erros de medição, sendo impossível quantificar se a maior contribuição provém dos erros de medição ou da variabilidade de pequena escala não captada pela amostragem.

2.3.3.3. Modelos teóricos

O gráfico do semivariograma experimental, $\gamma(h)$, calculado através de modelos teóricos, é formado por uma série de valores, conforme ilustra a Figura

2.3.3.3.1, sobre os quais se objetiva ajustar uma função. É importante que o modelo ajustado represente a tendência de $\gamma(h)$ em relação a h . Deste modo, as estimativas obtidas a partir da krigagem serão mais exatas e, portanto mais confiáveis. Os modelos mais utilizados são: modelo esférico (Sph), modelo exponencial (Exp) e modelo gaussiano (Gau) (Figura 2.3.3.3.1.).

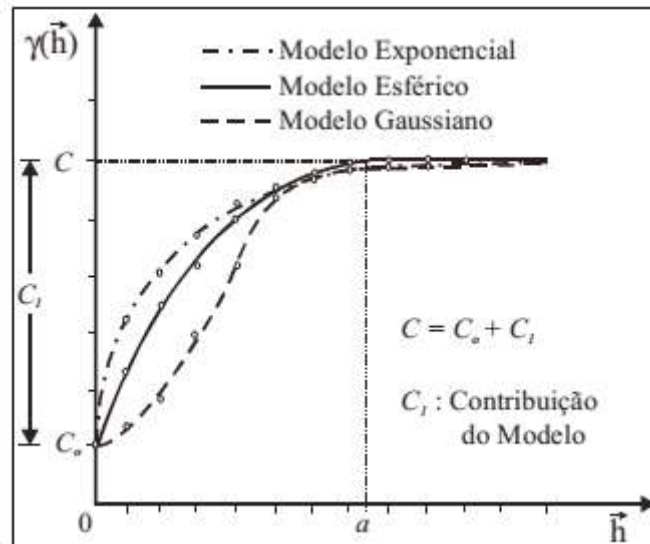


Figura 2.3.3.3.1: Modelos teóricos mais utilizados.

2.3.3.4. Interpolação por Krigagem ordinária

Cada célula da grade de interpolação pode ser estimada pela Equação 2.3.3.4.1.

$$\widehat{Z}_{u0} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_{ui} \quad (2.3.3.4.1)$$

Em que os pesos λ_i podem ser estimados pela matriz abaixo onde cada elemento C_{ij} da matriz representa a semivariância entre os pontos x_i e x_j .

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 1 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & 1 \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ C_{03} \\ C_{04} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Onde,

$$C_{ij} = C_0 + C_1 - \gamma(h) . \quad (2.3.3.4.2)$$

2.4. Validação da interpolação

De acordo com Lopes et al. (2010) para a comparação de diferentes métodos de interpolação espacial, os dados originais são divididos em dois sub-grupos: dados para treinamento e dados para teste. Os dados para treinamento são usados para criar a superfície interpolada, e o desempenho do método de interpolação é avaliada por comparação dos valores interpolados com os valores separados para teste. Dessa forma, a escolha do melhor método de estimação dos valores de profundidade foi realizada com base em três critérios:

$$Bias = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i) \quad (2.4.1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (2.4.2)$$

$$R = \frac{Cov(x_i, \hat{x}_i)}{\sqrt{Var(x_i)Var(\hat{x}_i)}} \quad (2.4.3)$$

Onde:

Bias é a discrepância média (m);

RMSE (*root mean square error*) é a raiz do desvio médio quadrático (m);

R é o coeficiente de correlação;

$Cov(x_i, \hat{x}_i)$ é a covariância entre as profundidades medidas e as interpoladas (m).

$Var(x_i)$ é o desvio padrão das profundidades medidas (m)

$Var(\hat{x}_i)$ é o desvio padrão das profundidades interpoladas (m)

x_i é o valor da batimetria interpolado (m)

\hat{x}_i é o valor da profundidade batimétrica medida (m)

2.5. Modelo OMT-G

A metodologia empregada neste trabalho está representada no modelo abaixo da Figura 2.5.1.

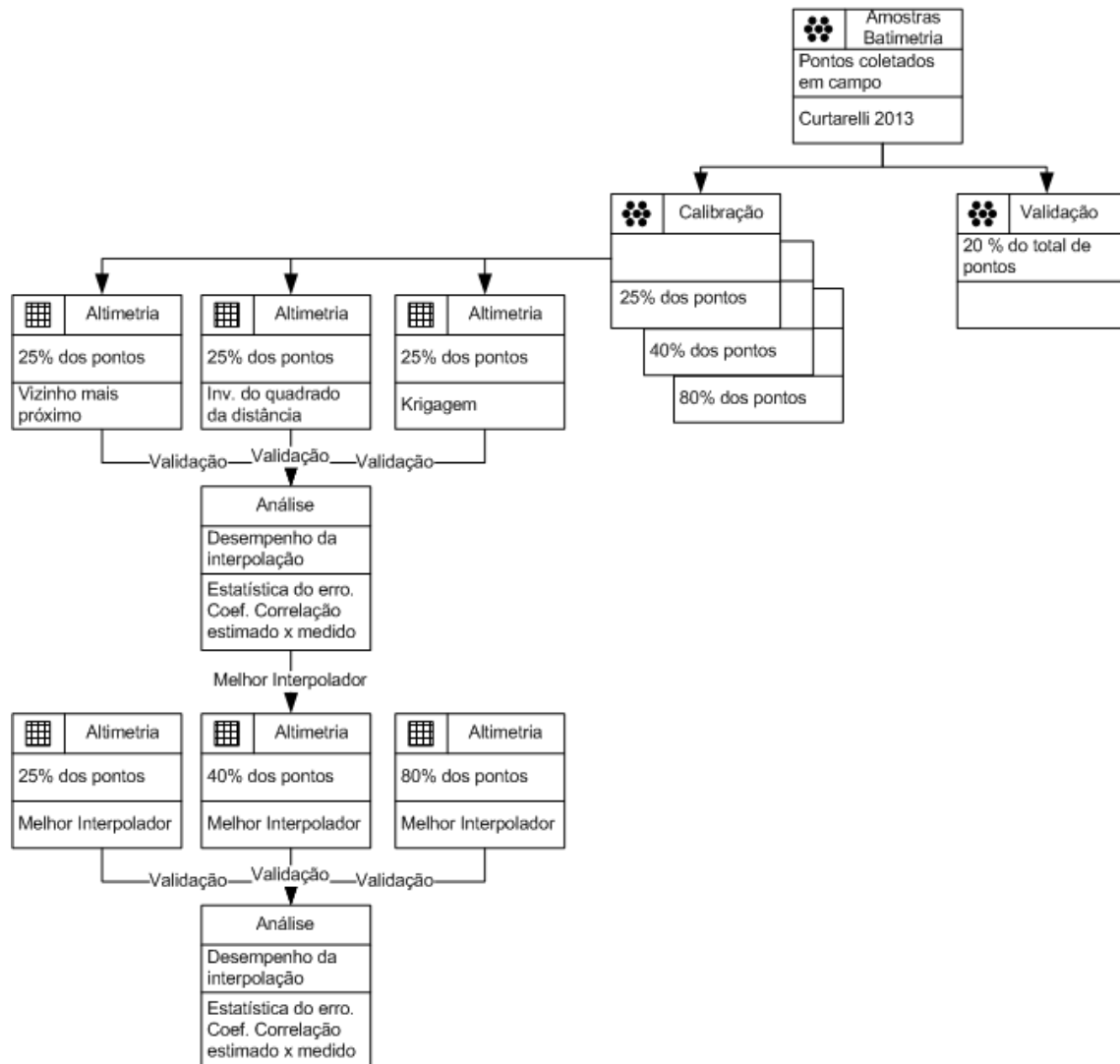


Figura 2.5.1: Modelo OMT-G.

3 Resultados e Discussões

Para conhecimento da estrutura dos dados, foram geradas estatísticas descritivas que podem ser encontradas na Tabela 3.1, onde destacamos a variação das profundidades medidas no reservatório de Tucuruí, que vão de 0.5 m à 105.9 m, esta observação é importante para posteriormente avaliarmos a faixa de profundidades que cada interpolador gerou.

Tabela 3.1 – Análise exploratória com estatísticas descritivas dos dados.

	25% das amostras	40% das amostras	80% das amostras
Número de Pontos	47419	71128	142257
Média	38.251	38.229	38.214
Variância	281.965	282.573	282.222
Desvio Padrão	16.792	16.810	16.799
Coefficiente Variação	0.439	0.440	0.440
Coefficiente Assimetria	0.324	0.325	0.326
Coefficiente Curtose	2.550	2.556	2.554
Valor Mínimo	0.500	0.500	0.500
Quartil Inferior	25.700	25.600	25.600
Mediana	36.100	36.100	36.100
Quartil Superior	51.300	51.300	51.300
Valor Máximo	105.200	105.900	105.900

Com o intuito de verificar qual interpolador possui o melhor desempenho, foi utilizado o conjunto de pontos com 25% do total das amostras nos interpoladores VMP, IQD e KO. Na Figura 3.1 podemos observar o resultado

das interpolações. A KO apresentou o melhor desempenho (RMSE igual a 1.253) conforme podemos observar na Tabela 3.2 e, por isso, foram testados neste interpolador os conjuntos com 40% e 80% do total das amostras para avaliarmos a influência do número de amostras para este interpolador.

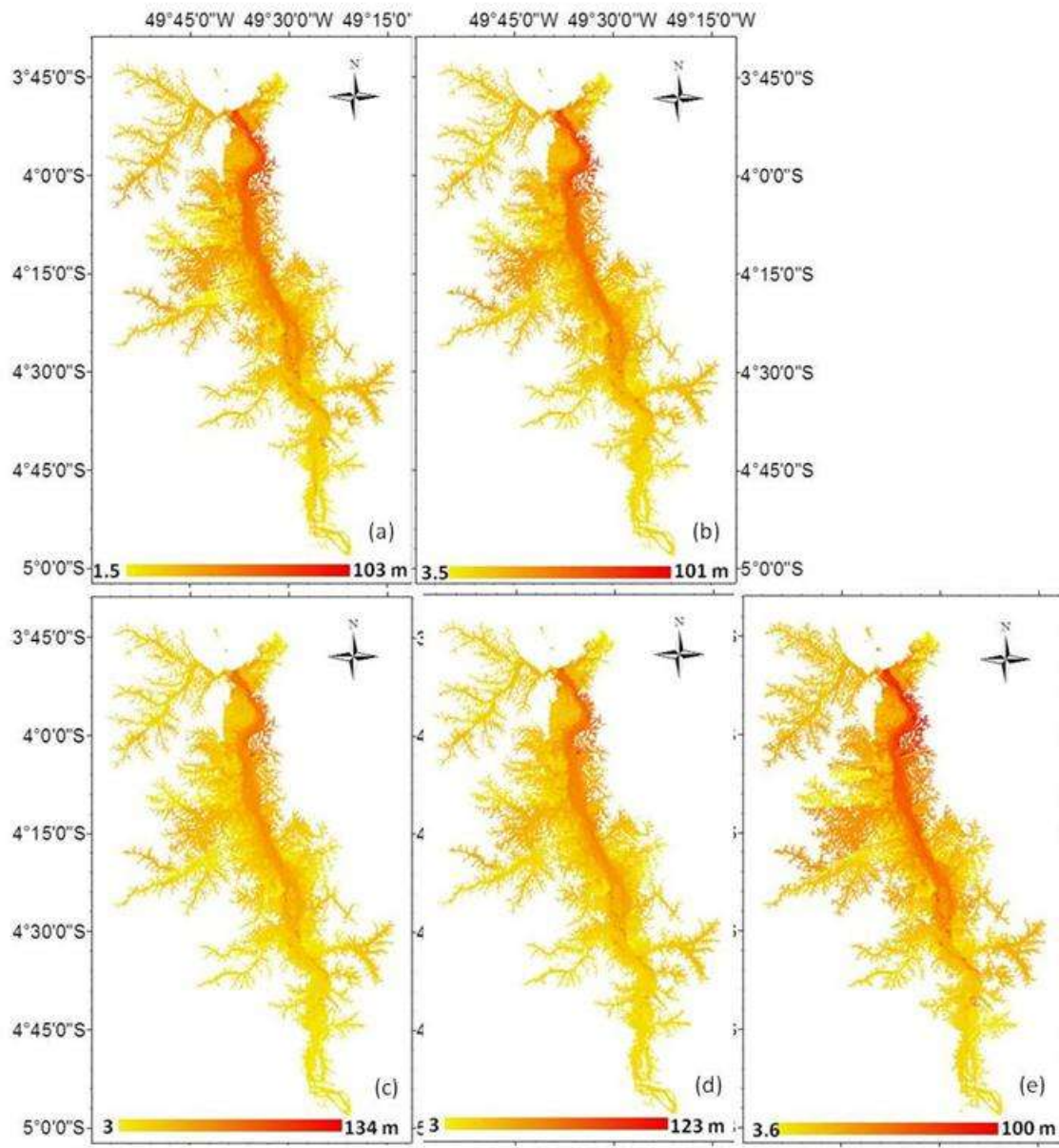


Figura 3.1 – (a) Vizinho mais próximo com 25% das amostras, (b) Inverso do quadrado da distância com 25% das amostras, (c) Krigagem ordinária com 25% das amostras, (d) Krigagem ordinária com 40% das amostras, (e) Krigagem ordinária com 80% das amostras.

Os semivariogramas experimentais podem ser observados na Figura 3.2 e seus parâmetros estruturais estão compilados na Tabela 3.3. Para escolha do

melhor modelo de ajuste foi gerado um semivariograma com 25% das amostras e comparou-se o ajuste dos modelos esférico, exponencial e gaussiano. O modelo teórico de ajuste que obteve melhor desempenho com este conjunto de dados foi utilizado para os demais conjuntos de dados, repetindo os parâmetros estruturais de cada ajuste. Para comparação destes modelos foram avaliados o alcance, o efeito pepita, a contribuição e o critério akaike, conforme pode ser verificado na Tabela 3.4.

Tabela 3.2 – Estatísticas do erro.

	KO_25 ^{*1}	KO_40 ^{*2}	KO_80 ^{*3}	IQD_25 ^{*4}	VMP_25 ^{*5}
Média	0.095	0.084	0.035	0.025	0.031
Variância	11.038	11.060	10.260	10.463	12.257
Desvio Padrão	3.322	3.326	3.203	3.235	3.501
Coefficiente Variação	35.076	39.805	92.383	129.771	113.856
Coefficiente Assimetria	0.491	-0.111	0.892	0.559	0.648
Coefficiente Curtose	19.275	18.962	40.594	28.256	28.032
Valor Mínimo	-47.067	-48.393	-47.584	-50.818	-54.500
Valor Máximo	47.067	35.157	77.512	62.836	63.800
R	0.980	0.980	0.980	0.964	0.958
RMSE (m)	1.253	1.136	0.854	1.580	1.715
DM (m)	1.570	1.298	0.729	2.507	2.940

*1 Krigagem Ordinária com 25% das amostras, *2 Krigagem Ordinária com 40% das amostras, *3 Krigagem Ordinária com 80% das amostras, *4 Inverso do quadrado da distância com 25% das amostras, *5 Vizinho mais próximo com 25% das amostras

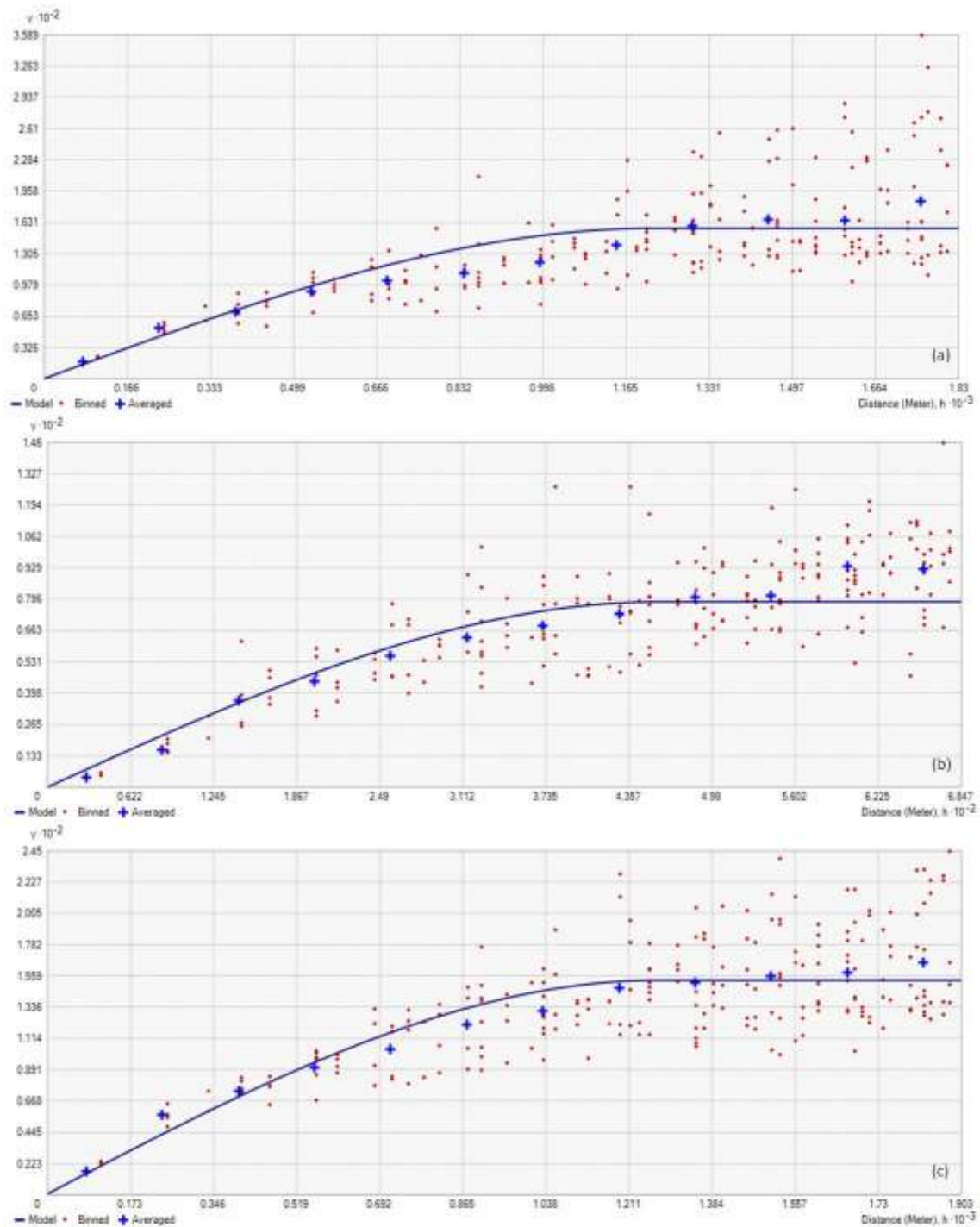


Figura 3.2 – (a) Semivariograma experimental com 25% das amostras, (b) Semivariograma experimental com 40% das amostras, (c) Semivariograma experimental com 80% das amostras.

Tabela 3.3 – Parâmetros estruturais do semivariograma experimental.

	25% das amostras	40% das amostras	80% das amostras
Modelo	Esférico	Esférico	Esférico
Lag	152	137	159
Nº de lags	12	12	12
Alcance (Minor Range)	1200	1095	1268
Contribuição (Still)	157	137	152
Efeito Pepita (Nugget)	0.05	0	0.63

O modelo exponencial apresentou menor valor akaike (-94.675), indicando a possibilidade de que este seria um bom ajuste, entretanto este modelo apresentou efeito pepita negativo (-0.437), o que indica incoerência de ajuste do modelo. Por outro lado, o modelo de ajuste esférico apresentou o melhor ajuste aos semivariogramas gerados, pois mesmo gerando um valor akaike (-70.668) maior que o modelo exponencial, obteve um efeito pepita baixo e positivo, indicando que praticamente toda a parcela da contribuição é explicada pela correlação espacial do modelo. O alcance (1200 m) é coerente com a área de estudo, visto que esta engloba um retângulo envolvente de aproximadamente 90 x 140 km.

Tabela 3.4 – Modelos de ajuste com 25% das amostras.

	Akaike	Pepita	Contribuição	Alcance
Gaussiano	-70.668	4.78	65	893
Exponencial	-94.675	-0.437	82.2	1995
Esférico	-78.735	0.05	157	1200

Após a validação da interpolação por krigagem com o conjunto de pontos com 25%, 40% e 80% do total de amostras, podemos observar que o RMSE teve uma pequena interferência, respectivamente 0.854 m, 1.136 m e 1.253 m. O coeficiente de correlação (R) entre os valores estimados e os valores observados, em ambos os casos apresentou-se como 0.98, este fato é provavelmente devido ao grande número de amostras utilizadas na interpolação.

4 Conclusão

Como esperado a KO ordinária foi o método que apresentou o melhor desempenho entre os interpoladores testados, este fato já era esperado, visto que a KO, por utilizar uma matriz de variâncias em sua estimativa, apresenta um tratamento para aglomerados de amostras (*clusters*), evitando desta forma a subestimação ou a superestimação da superfície. Quanto mais pontos inclusos no processo de interpolação menor é o erro associado a estimativa. Contudo verificou-se que 25% do conjunto amostral já seria suficiente para uma boa estimativa, conforme podemos observar na validação dos resultados.

Sugere-se reduzir ainda mais o conjunto amostral e adotar uma tolerância para o erro observado na validação. Dessa forma, pode-se construir um gráfico de (número de pontos) x (erro medido), permitindo assim a determinação de um “número ótimo” de pontos. Esta determinação é interessante por diminuir o custo computacional no tratamento dos dados e maximizar o trabalho de campo na coleta das amostras.

5 Referências bibliográficas

ANEEL/ANA. Resolução Conjunta nº 3, de 10 de agosto de 2010. Estabelece as condições e os procedimentos a serem observados pelas concessionárias e autorizados de geração de energia hidrelétrica para a instalação, operação e manutenção de estações hidrométricas visando o monitoramento pluviométrico, limnimétrico, fluviométrico, sedimentológico e de qualidade da água associado a aproveitamentos hidrelétricos, e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, seção 1, v. 147, n. 201, p. 124, 20 de outubro de 2010.

ALCÂNTARA, E.; NOVO, E.; STECH, J.; ASSIREU, A.; NASCIMENTO, R.; LORENZZETTI, J.; SOUZA, A. Integrating historical topographic maps and SRTM data to derive the bathymetry of a tropical reservoir. **Journal of Hydrology**, v. 389, p. 311–316, 2010.

BARBOSA, C. C .F.; NOVO, E. M. L. M.; MELACK, J. M.; FREITAS, R. M.; FILHO, W. P. Metodologia de análise da dinâmica de área e volume inundável: o exemplo da várzea do Lago Grande de Curuaí. **Revista Brasileira de Cartografia**. v. 58, p. 201-210, 2006.

CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D.; CÂMARA, G. Modelagem Análise Espacial de Superfícies. In: **Análise Espacial de Dados Geográficos**. São José dos Campos: INPE, 2004. cap 3. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/gilberto/livro/analise/>>. Acesso em: 25 mai. 2014.

FELGUEIRAS, C. A.; CÂMARA, G. Modelagem Numérica de Terreno. In: **Introdução à ciência da geoinformação**. São José dos Campos: INPE, 2001. cap 7. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/gilberto/livro/introd/>>. Acesso em: 25 mai. 2014.

MATOS, A. J. S. Melhorias qualitativas na modelagem de levantamentos batimétricos em reservatórios por meio da ferramenta computacional CAV-NH. 2012. 137 p. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental) – Universidade de São Carlos, São Paulo, 2012.

WARMINK, J. J.; H. KLIS, V. DER; BOOIJ, M. J.; HULSCHER, S. J. M. H.
Identification and Quantification of Uncertainties in a Hydrodynamic River Model
Using Expert Opinions. **Water Resources Management**, v. 25, p. 601–622,
2011.