



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

APLICAÇÃO DA CLASSIFICAÇÃO CONTÍNUA *FUZZY* PARA A ANÁLISE ESPAÇO-TEMPORAL DA FLORAÇÃO DE ALGAS NO RESERVATÓRIO DE IBITINGA/SP

Rejane de Souza Paulino

Monografia apresentada como requisito parcial para aprovação na disciplina de Introdução ao Geoprocessamento ministrada pelo PhD. Antônio Miguel Vieira Monteiro e Dr. Cláudio Clemente Faria Barbosa.

INPE
São José dos Campos
2020

RESUMO

Este trabalho propõe uma análise exploratória da ocorrência da floração de algas no reservatório de Ibitinga/SP por meio do uso da classificação contínua *fuzzy*. Para isso, foi calculado o índice espectral NDCI utilizando os dados derivados da série histórica entre dezembro/2018 e junho/2020 do sensor MSI/Sentinel 2, e aplicada uma função de pertinência *fuzzy* do tipo linear para a observação no espaço e no tempo da ocorrência dos *blooms* na área do reservatório, definida a partir de pontos de coleta *in situ*. Os valores das pertinências *fuzzy* foram variáveis entre os períodos de observação, demonstrando um aumento nos meses pertencentes ao segundo semestre do ano, onde as condições de vazão foram menores no reservatório. Além do que, as florações das altas pertinências associadas as condições de hipereutrofização aconteceram para todos os períodos analisados. Baseado nisso, a utilização da pertinência *fuzzy* permitiu a observação do fenômeno das florações em Ibitinga, de modo a identificar padrões de distribuição não aleatórios ocorrendo no sistema, sendo as áreas localizadas próximas ao barramento as mais atingidas pelas altas pertinências.

Palavras-chave: Pertinência *fuzzy*. Qualidade da água. Fitoplâncton.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1 – OMT-G.....	4
Figura 2 – Localização do reservatório em estudo na data de 18/06/2020 sendo: (A) a imagem do sensor MSI/Sentinel-2 com composição falsa cor RGB e a distribuição espacial dos pontos de coleta <i>in situ</i> e o (B) índice espectral NDCI com medidas de referência da extensão do reservatório.	5
Figura 3 – Frequência das imagens utilizadas no trabalho.....	6
Figura 4 – Métricas dos valores de NDCI calculadas para as imagens.	8
Figura 5 – Análise de regressão para a estimativa do NDCI.....	10
Figura 6 – Dados de vazão efluente do reservatório de Ibitinga/SP.....	11
Figura 7 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência <i>fuzzy</i> para o Período 1 no reservatório UHI Ibitinga.....	13
Figura 8 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência <i>fuzzy</i> para o Período 2 no reservatório UHI Ibitinga.....	14
Figura 9 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência <i>fuzzy</i> para o Período 3 no reservatório UHI Ibitinga.....	15
Figura 10 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência <i>fuzzy</i> para o Período 4 no reservatório UHI Ibitinga.....	16
Figura 11 – Distribuição dos valores de pertinência em relação a distância do barramento para o (A) Período 1, (B) Período 2, (C) Período 3 e (D) Período 4.	17
Figura 12 – Frequência da pertinência de altos para: (A) Período 1, (B) Período 2, (C) Período 3 e (D) Período 4.	18
Figura 13 – Recorte da classificação do índice espectral (A) NDCI para a data de 18/06/2020 na UHI Ibitinga com as abordagens da inferência (B) <i>Fuzzy</i> e (C) <i>Booleana</i> , e com a (D) sobreposição de classes.	21
Figura A.1 – Teste F e teste t.....	26
Figura A.2 – Teste de normalidade dos resíduos.....	26
Figura A.3 – Teste de variância dos resíduos.....	26
Figura A.4 – Erro padronizado.	26

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 MATERIAIS E MÉTODOS	4
2.1 Área de Estudo	5
2.2 Seleção das imagens orbitais e cálculo do índice espectral NDCI.....	5
2.3 Limiares e função de pertinência <i>fuzzy</i>	8
2.4 Composição dos planos de informação	11
2.5 Determinação da frequência da pertinência de altos	12
3 RESULTADOS	13
4 DISCUSSÕES	19
5 CONCLUSÕES.....	21
REFERÊNCIAS	23
APÊNDICE A – ANÁLISE DE REGRESSÃO.....	26

1 INTRODUÇÃO

Os reservatórios de água são sistemas construídos a partir do represamento de rios para a garantia do potencial superficial da água na manutenção das demandas de abastecimento público, contenção de cheias, recreação, produção de alimentos, geração de energia entre outros. Esses sistemas possuem sua dinâmica influenciada pelo regime de chuvas, a regulação da vazão e pelo uso, além de serem sensíveis as atividades desenvolvidas na bacia de drenagem, que impactam significativamente na organização física, química e biológica desses ecossistemas. Isso porque a sobrecarga de nutrientes e matéria orgânica resultante dos despejos de efluentes urbanos ou pelo escoamento de resíduos provenientes das áreas de cultivo agrícola, promovem modificações na biota presente nesses sistemas, podendo alterar o nível de eutrofização da água ao ponto de representar prejuízos aos usos prioritários dos recursos hídricos, como o abastecimento humano (TUNDISI et al., 2004).

Dado o desafio da garantia da segurança hídrica no contexto do rápido aumento populacional (HOEKSTRA e MEKINNEN, 2012) e das mudanças climáticas (ARNELL; VUUREN e ISAAC, 2011), o monitoramento das águas interiores tornou-se um instrumento indispensável para orientar a gestão dos reservatórios de água e assegurar a disponibilidade dos recursos para as suas finalidades. Entretanto, as metodologias por amostragem empregadas na análise da qualidade da água *in situ*, que corresponde a base do sistema de monitoramento das águas superficiais brasileiras, não são capazes de expressar o comportamento dinâmico das águas por serem limitadas no tempo e inviáveis para o monitoramento de grandes regiões e grande corpos d'água (ANA, 2019; FORD e VODACEK, 2020). Mesmo para as regiões do país em que existe um forte adensamento populacional, como o estado de São Paulo (166,25 hab/km²) (IBGE, 2010), os pontos de monitoramento dos reservatórios de água não são suficientes para atender todos as massas d'água. Segundo CETESB (2019), no ano de 2018 foram operados no estado de São Paulo cerca de 471 pontos de monitoramento da qualidade da água, distribuídos entre as 22 Unidades de Gerenciamento de Recursos Hídricos do estado, que representam uma densidade média de ~2 pontos de monitoramento a cada 1.000 km² da rede de drenagem, o que implica em um total desconhecimento de importantes informações que caracterizam grandes volumes de água.

O sensoriamento remoto, por sua vez, tem contribuído no mapeamento das águas interiores em diferentes escalas de tempo e espaço (PICKENS et al., 2020), mediante o registro do sinal resultante dos processos de absorção e espalhamento da radiação eletromagnética que ocorrem na coluna d'água devido à presença de componentes opticamente ativos, que sugerem sobre as condições de estresse a que esses recursos hídricos estão submetidos (MARTINS et al., 2019; NEIL et al., 2019). Dentre esses componentes, a clorofila-a (chl-a) é um bom estimador da biomassa fitoplânctônica (algas), que são organismos responsáveis pela produção primária e indicadores do estado trófico dos ambientes aquáticos (NOVO et al., 2013; CAIRO et al., 2020). Portanto, a concentração de chl-a passou a ser utilizada na elaboração de modelos bio-ópticos para a detecção de *blooms* de algas, como o índice espectral NDCI (*Normalized Difference Chlorophyll Index*), que pela diferença entre a máxima absorção na região do vermelho no espectro visível e do espalhamento da radiação pelas células do fitoplâncton no *rededge*, estima a intensidade da ocorrência de chl-a em águas opticamente complexas (MISHRA e MISHRA, 2012).

Muitos dos trabalhos desenvolvidos no reservatório da Usina Hidrelétrica de Ibitinga (UHI), localizado no estado de São Paulo, que corresponde a área de aplicação deste estudo, correlacionam a concentração de chl-a com o estado trófico da água por meio das propriedades ópticas desses ambientes. Novo et al. (2013), em seu estudo sugeriram a partir das estimativas da concentração de chl-a no reservatório, um índice do estado trófico baseado em um modelo calibrado para o sensor TM/Landsat, enquanto que Londe et al. (2016), investigaram o impacto do tempo de residência na floração de algas na área do reservatório, e mais recentemente Cairo et al. (2020) propuseram um modelo híbrido aplicado no monitoramento do estado trófico, na tentativa de alcançar estimativas mais efetivas de chl-a em função da amplitude das concentrações encontradas em Ibitinga. Mesmo com o desenvolvimento de modelos que estimam a concentração de chl-a e rompem com as limitações do monitoramento no espaço e no tempo, pouco se sabe sobre os padrões da distribuição e frequência dos *blooms* de algas em Ibitinga, o que é uma informação importante para a gestão dos usos múltiplos do recurso hídrico, uma vez que a partir da identificação das regiões preferencialmente afetadas pela floração das algas, se torna possível identificar as fontes de poluição ambiental e direcionar as políticas públicas na mitigação dos impactos negativos na bacia de drenagem.

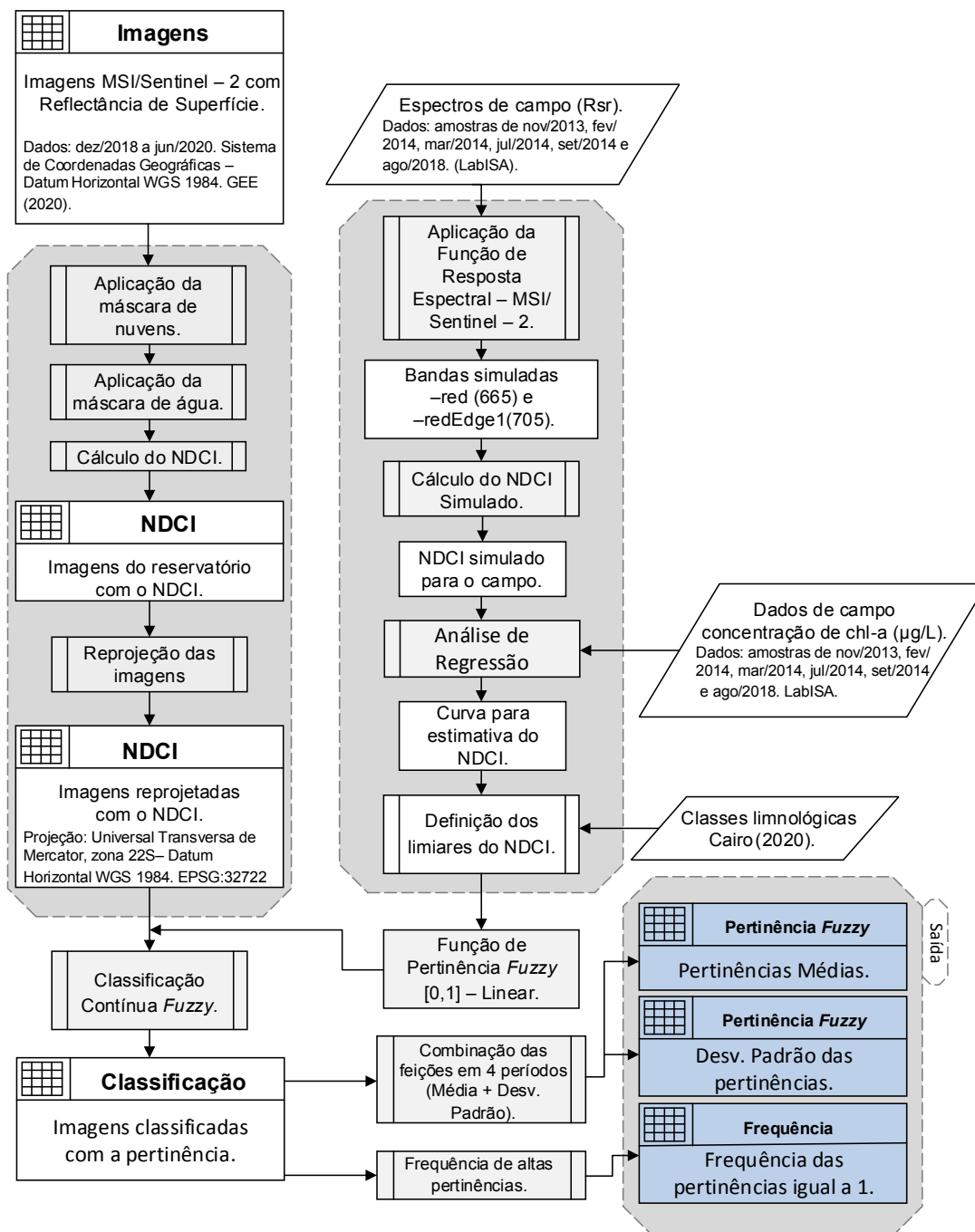
Assim como a maioria dos recursos ambientais, analisar padrões da distribuição de um componente óptico na água não é uma missão fácil, porque não existem claramente limites que permitam a separação entre grupos de componentes em função de sua natureza difusa. Essas ambiguidades existentes entre os constituintes da água podem então ser modeladas a partir dos conjuntos *fuzzy*, que de acordo com Zadeh (1965) correspondem a classes de limites indefinidos que possuem um comportamento contínuo entre si. Ainda segundo o autor, esses conjuntos são caracterizados por funções de pertinência, que modelam o grau de pertencimento de cada um dos elementos ao conjunto de interesse. Na água, as funções de pertinência têm sido utilizadas principalmente no mapeamento dos tipos ópticos (MOORE; CAMPBELL e DOWELL, 2009; MOORE et al., 2012) e na análise dos parâmetros dos índices de qualidade e do estado trófico dos ambientes aquáticos (KULSHRESHTHA e SHANMUGAM, 2018; ELLINA; PAPASCHINOPOULOS e PAPASCHINOPOULOS, 2017).

Desta forma, este estudo possui como objetivo analisar a variação da distribuição espacial e temporal da intensidade de *blooms* de algas no reservatório de Ibitinga/SP por meio da classificação contínua *fuzzy*. Para tanto, foram usados dados derivados da série temporal do sensor MSI/Sentinel-2 entre os anos de 2018 e 2020, a fim de se estimar a floração de algas no reservatório por meio do índice espectral NDCI, sendo os atributos das cenas modelados por uma função de pertinência *fuzzy* linear, e em seguida combinados para a análise e determinação da frequência dos valores de *blooms* de alta pertinência. Por fim, essa análise exploratória da distribuição horizontal das florações de algas em Ibitinga, realizada com este estudo, buscou contribuir para a compreensão do arranjo espacial e temporal na identificação de áreas mais afetadas pela comunidade fitoplânctonica, que são indicadores da degradação da qualidade da água, preservando a organização espacial *fuzzy* desse componente.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O estudo foi desenvolvido em quatro etapas principais, sendo elas: seleção das imagens orbitais e cálculo do índice espectral NDCI, definição dos limiares e função de pertinência *fuzzy*, composição dos planos de informação e determinação da frequência da pertinência de altos, conforme o fluxograma abaixo.

Figura 1 – OMT-G.

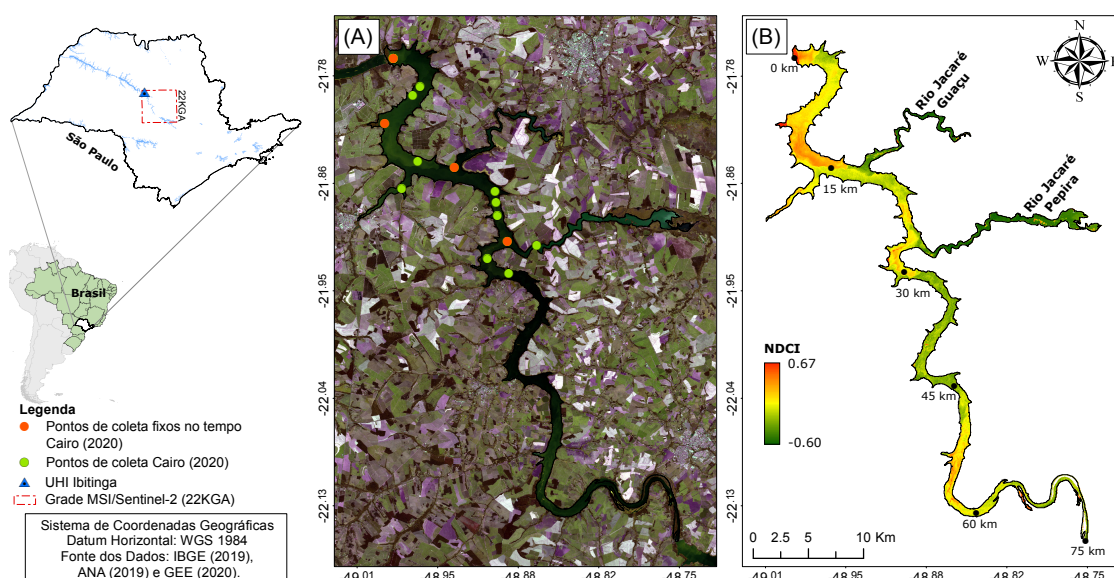


Fonte: Produção do autor.

2.1 Área de Estudo

A área de estudo (Figura 2) compreende o reservatório da Usina Hidroelétrica de Ibitinga (UHI) localizado no estado de São Paulo (coordenadas 21°45'00 S/48° 59'00 O), que integra o sistema de barramento em cascata construído ao longo do rio Tietê, cuja a finalidade é regular a vazão do rio. O reservatório de Ibitinga apresenta vazão média efluente de aproximadamente 525 m³/s, profundidade média de 9 m, tempo de residência variante entre 12 e 43 dias, e recebe as águas principalmente dos rios Jacaré-Pepira e Jacaré-Guaçu, sendo este último o corpo receptor do efluente da cidade de Ibitinga/SP (GUIMARÃES et al., 1998).

Figura 2 - Localização do reservatório em estudo na data de 18/06/2020 sendo: (A) a imagem do sensor MSI/Sentinel-2 com composição falsa cor RGB e a distribuição espacial dos pontos de coleta *in situ* e o (B) índice espectral NDCI com medidas de referência da extensão do reservatório.



Fonte: Produção do autor.

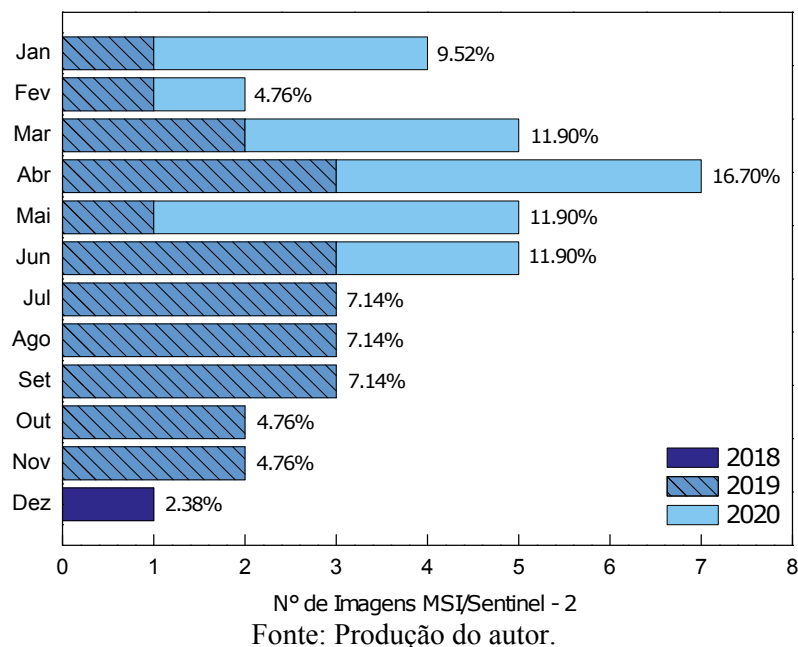
2.2 Seleção das imagens orbitais e cálculo do índice espectral NDCI

Para este estudo, foram utilizadas imagens do sensor MSI/Sentinel-2 disponibilizadas com o atributo de reflectância de superfície pela plataforma do *Google Earth Engine* (<https://earthengine.google.com/>), para o período entre dezembro/2018 e junho/2020, totalizando 42 imagens selecionadas sem cobertura de nuvens sobre a área do reservatório.

O sensor MSI/Sentinel-2 possui resoluções espacial (10 – 20 m), radiométrica (12 bits) e espectral que permitem sua aplicabilidade em sistemas aquáticos interiores (CAIRO et al., 2020; PAGE; KUMAR e MISHRA, 2018). Além de apresentar bandas centradas nas regiões do espectro eletromagnético de interesse para a observação da clorofila, como na faixa do azul (comprimento de onda central em 490 nm), verde (560 nm), vermelho (665 nm) e *rededge* (705 nm e 740 nm) (ESA, 2020).

A frequência das imagens selecionadas foi superior para o mês de abril, correspondendo a ~17% das imagens adquiridas, seguido dos meses de março, maio e junho, com ~12% da cobertura de imagens cada um. Enquanto que os meses de fevereiro, outubro, novembro e dezembro apresentaram uma menor quantidade de imagens adequadas para a aplicação deste trabalho, ambos com frequência inferior a ~5% (Figura 3). Essa variação desigual da cobertura de cenas pode representar uma imprecisão na inferência sobre a classificação, assim como o resultado nas bordas do reservatório, uma vez que para este estudo não foi sugerida nenhuma correção sobre a resposta da reflectância dos alvos adjacentes em relação a resposta espectral da água.

Figura 3 – Frequência das imagens utilizadas no trabalho.



Após a seleção das imagens, foi realizada a aplicação da máscara de água para o reservatório, calculada a partir do índice espectral NDWI (*Normalized Difference Water Index*) com o uso das bandas do verde (560 nm) e infravermelho próximo (842 nm) (MCFEETERS, 1996), retornando a classe de água e não água (Equação 1).

$$NDWI = \frac{R(560) - R(842)}{R(560) + R(842)} \quad (1)$$

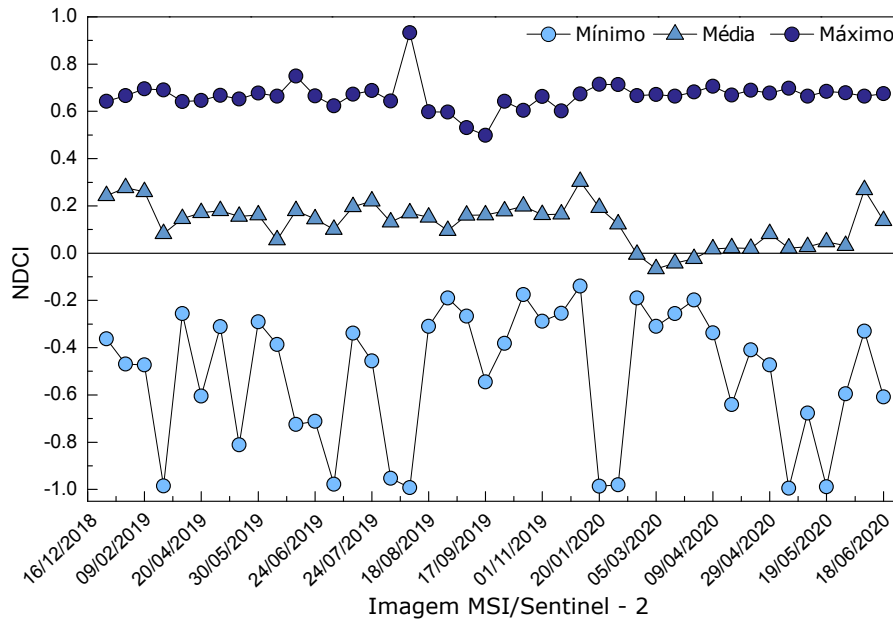
A estimativa da floração de algas foi feita por meio do índice de diferença normalizada para clorofila, do inglês *Normalized Difference Chlorophyll Index* – NDCI. Esse índice utiliza a informação da máxima absorção entre 665 – 675 nm e do pico de reflectância próximo de 700 nm, característicos pela presença de clorofila na água, normalizando a resposta da reflectância no intervalo entre -1 e 1 (MISHRA e MISHRA, 2012). Além disso, vêm sendo amplamente utilizado em aplicações para a estimativa da concentração de chl-a em águas complexas (MISHRA; SCHAEFFER e KEITH, 2014; PAGE; KUMAR e MISHRA, 2018; CAIRO et al., 2020).

Para a aplicação do NDCI neste trabalho, foi realizado um ajuste nas bandas para o sensor MSI/Sentinel-2, como proposto por Page, Kumar e Mishra (2018), isso porque o índice foi estabelecido inicialmente para as bandas centradas em 665 nm e 708 nm do sensor MERIS/Envisat. Assim, para cada imagem foi calculado os valores de NDCI utilizando as bandas centradas em 665 nm e 705 nm, que correspondem, respectivamente, a região do vermelho e *rededge* (Equação 2).

$$NDCI = \frac{R(705) - R(665)}{R(705) + R(665)} \quad (2)$$

Na figura 4 estão descritas as métricas dos valores de NDCI calculadas para cada imagem. Os valores de mínimo de NDCI observados nas imagens variaram entre -1.0 e -0.2, já os valores da média e de máximo apresentaram um comportamento próximo entre as cenas, com estreitos intervalos de variação entre -0.1 e 0.3, e 0.6 e 0.8 em maioria, respectivamente.

Figura 4 – Métricas dos valores de NDCI calculadas para as imagens.



Fonte: Produção do autor.

2.3 Limiares e função de pertinência *fuzzy*

O conjunto *fuzzy* ou difuso lida com classes que apresentam inexatidão nos seus limites (BURROUGH, 1989), como a maioria dos elementos da natureza, incluindo a água, que possuem um comportamento contínuo e complexo, sem fronteiras definidas. Segundo Burrough (1989), formalmente, o conjunto *fuzzy* de um espaço X de objetos (compreendido neste estudo como todos os possíveis valores de NDCI) pode ser entendido como um par ordenado:

$$\text{conjunto fuzzy} = (x, f_A(x)) \text{ para } x \in X$$

Onde para cada valor de x , que corresponde ao elemento de X , existe um valor de pertencimento associado ao conjunto que é dado por $f_A(x)$, chamada de função de pertinência. A função de pertinência retorna um valor real entre 0 e 1, que traduz o grau de associação de cada elemento de X ao conjunto *fuzzy*, no qual o valor 1 significa o pertencimento total ao conjunto e o valor 0 o não pertencimento. Zadeh (1965), ao definir os conjuntos *fuzzy*, coloca que os graus de pertinência dos elementos, indicam uma escala gradual de ordem e não a probabilidade de pertencer ao conjunto. Aplicando a teoria dos conjuntos *fuzzy* para este estudo, a função de pertinência classifica os valores de NDCI entre 0 e 1, proporcionalmente ao grau de pertencimento de cada valor do índice NDCI

ao conjunto *fuzzy*, onde o valor 1 significa que a região do reservatório está associada a uma alta floração de algas e o valor 0 indica observações distantes da ocorrência de floração.

Para modelar a função de pertinência, foi estabelecido os limiares de altos valores (pertinência igual a 1) e de baixos valores (pertinência igual a 0) utilizando os espectros com Rsr (reflectância de sensoriamento remoto), obtida pelo método de Mobley (2015), e a concentração de chl-a (clorofila-a) coletados em 37 pontos ao longo do reservatório, nas datas de novembro/2013, fevereiro/2014, março/2014, julho/2014, setembro/2014 e agosto/2018, disponibilizados pelo Laboratório de Instrumentação de Sistemas Aquáticos (LabISA) (<http://www.dpi.inpe.br/labisa/>). A concentração média de chl-a observada nos dados de campo foi de ~46 µg/L, com valor mínimo de ~3 µg/L e máximo de 259 µg/L (Tabela 1).

Tabela 1 – Métricas dos dados limnológicos de chl-a.

Chl-a (µg/L)	
Média	46.17
Mínimo	2.89
Máximo	258.83
Desvio Padrão	66.32

Fonte: Produção do autor.

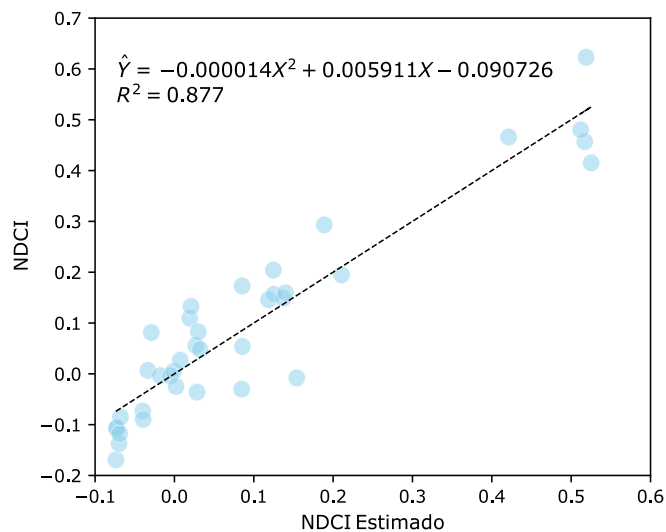
Com os espectros de campo foi realizada a simulação das bandas da região do vermelho (665 nm) e *rededge* (705 nm) para o sensor MSI/Sentinel-2 (Equação 3), e calculado a partir dessas bandas o valor de NDCI simulado, para cada um dos pontos levantados em campo. Cairo (2020) em seu trabalho, também realizado no reservatório de Ibitinga/SP, obteve por meio da utilização de um algoritmo bio-óptico híbrido três classes limnológicas que estabelecem o nível de eutrofização do reservatório relacionado com a concentração de chl-a, sendo essas classes divididas em OligoMeso ($\text{chl-a} \leq 11.03 \text{ mg/m}^3$), EutroSuper ($11.03 \text{ mg/m}^3 \leq \text{chl-a} < 69.05 \text{ mg/m}^3$) e Hiper ($\text{chl-a} > 69.05 \text{ mg/m}^3$). Com base nas classes obtidas pela autora, foi realizada uma análise de regressão entre os valores de NDCI simulados e a concentração de clorofila, para estimar os valores de NDCI correspondentes aos limiares de alta e de baixa floração, associados as classes de Hiper e OligoMeso, respectivamente.

$$R_{rsSimulada} = \frac{\int_{\lambda_i}^{\lambda_n} SRF(\lambda) \times R_{rs-in situ} d\lambda}{\int_{\lambda_i}^{\lambda_n} SRF(\lambda) d\lambda} \quad (3)$$

Onde $R_{rsSimulada}$ é a Rsr simulada para a faixa espectral entre os comprimentos de onda de $i \rightarrow n$, $SRF(\lambda)$ é a função de resposta espectral do sensor MSI/Sentinel-2 (ESA, 2017) e $R_{rs-in situ}$ a reflectância de sensoriamento remoto observada em campo.

O modelo de regressão com polinômio de grau 2 apresentou um valor R^2 próximo de 0.877 (Figura 5), o que significa que a variável dependente NDCI é explicada em 87.70% pela variável independente concentração de chl-a. Para a análise do modelo gerado foram aplicados os testes de Shapiro-Wilk para a verificação da normalidade dos resíduos e o teste de heterocedasticidade de Breusch-Pagan para a variância. A um nível de significância de 5%, com base nos testes, não houve razões para discordar da normalidade (p-valor igual a 0.5433) e da variância constante (p-valor igual a 0.4069) dos resíduos (APÊNDICE A).

Figura 5 – Análise de regressão para a estimativa do NDCI.



Fonte: Produção do autor.

Assim, a partir da equação estimada os limiares da função de pertinência foram definidos em (a) -0.03 para a baixa floração (pertinência 0) e (b) 0.26 para a condição de alta floração (pertinência 1), e entre os valores de NDCI contidos nesse intervalo foi aplicada uma função de pertinência linear, como segue:

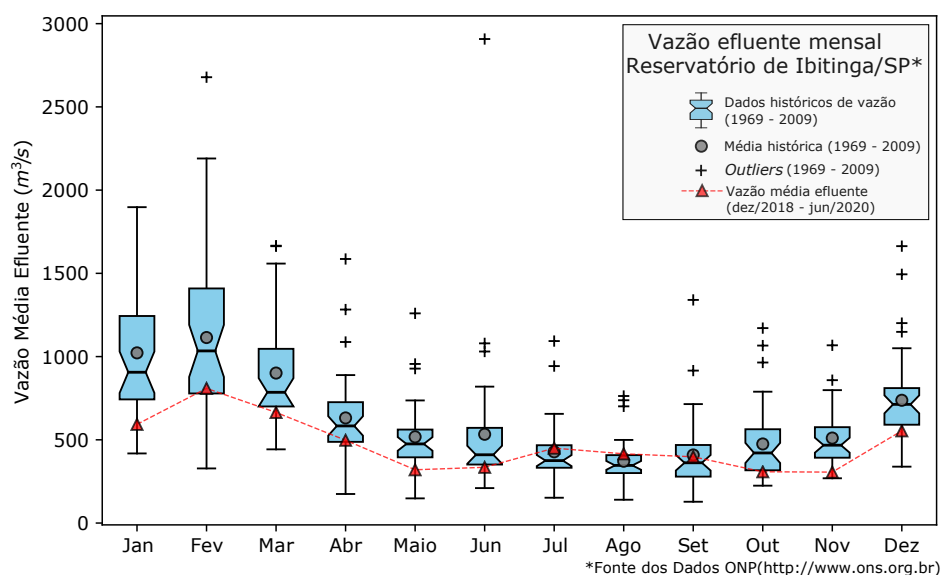
$$f_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right), & a < x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (4)$$

Definida a função de pertinência, as 42 imagens foram submetidas a classificação dos valores de NDCI ao seu valor de pertinência correspondente.

2.4 Composição dos planos de informação

Para minimizar as incertezas relacionadas com a variação da cobertura de cenas para os meses em análise, optou-se por compor os planos de informação (PI) tomando como referência a vazão média efluente do reservatório (Figura 6).

Figura 6 – Dados de vazão efluente do reservatório de Ibitinga/SP.



Fonte: Produção do autor.

Os maiores valores de vazão se concentraram nos três primeiros meses do ano, com média próxima de 688 m³/s, enquanto que os meses seguintes apresentam valores inferiores entre 300 m³/s e 550 m³/s, isso quando observado os valores de vazão efluente para os dados de dezembro/2018 a junho/2020, datas correspondentes ao levantamento das imagens utilizadas neste trabalho. Nesse período, as vazões ficaram abaixo da média histórica para a maioria dos meses, com exceção de julho, agosto e setembro em que os valores de vazão se aproximaram dos valores da média histórica.

Com base nos valores de vazão do reservatório, foram definidos quatro períodos para a composição dos planos de informação, sendo o Período 1 (janeiro, fevereiro e março), Período 2 (abril, maio e junho), Período 3 (julho, agosto e setembro) e Período 4 (outubro, novembro e dezembro). As composições foram geradas a partir da média dos valores de pertinência dos PIs de cada observação do reservatório (Equação 5), além do desvio padrão (Equação 6) relacionado com a variação das pertinências em relação à média.

$$\bar{X}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}_p)^2} \quad (6)$$

Em que \bar{X}_p e σ_p são a média e o desvio padrão das pertinências para o período p , respectivamente, x_i corresponde ao valor de pertinência para o plano de informação i , e n o número dos planos de informação.

2.5 Determinação da frequência da pertinência de altos

Com a definição da pertinência média para cada período fez-se a verificação da frequência da pertinência de altos (valor igual a 1), referente a condição de alta floração de algas no reservatório e a classe Hiper de Cairo (2020). Para cada um dos 42 planos de informação foram geradas camadas binárias contendo o valor 1 associado a pertinência de altos e 0 para os valores de pertinência < 1 . Com essas camadas foi realizado o cálculo da frequência dos valores de pertinência igual a 1 para cada período segundo a equação:

$$F(\%) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \times 100 \quad (7)$$

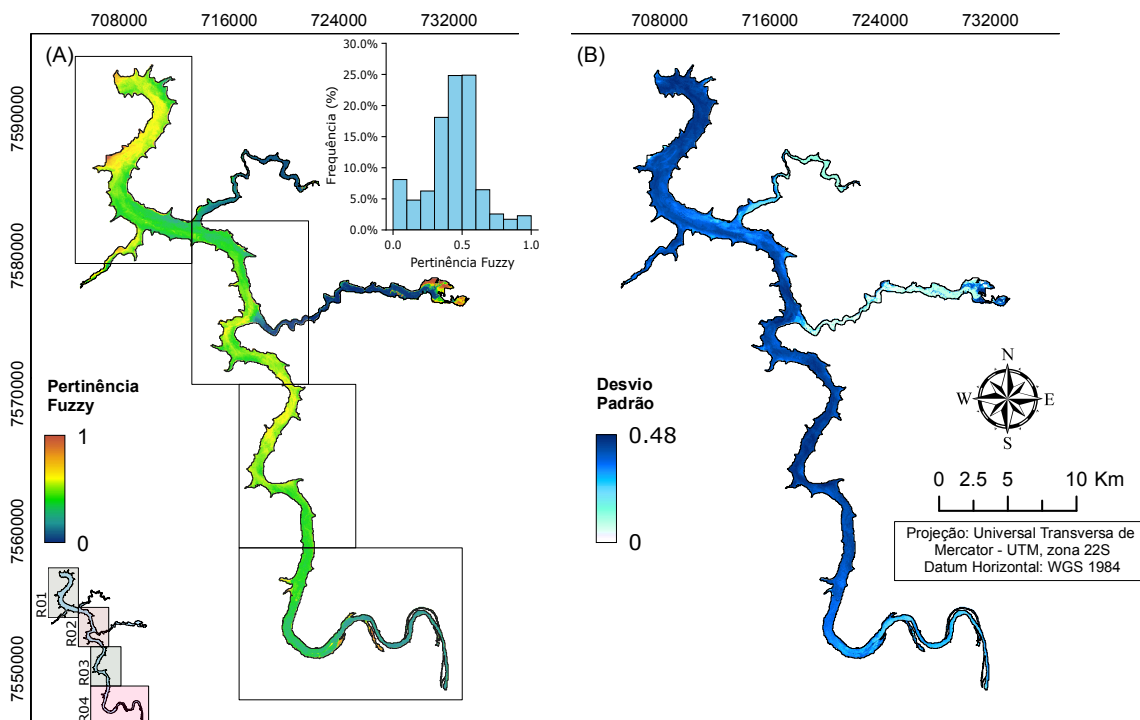
Onde $F(\%)$ é a frequência das altas ocorrências de *blooms* para cada período, x_i o valor de pertinência igual a 1 para cada camada i , e n o número de camadas de cada período.

3 RESULTADOS

Para auxiliar na análise dos resultados a área do reservatório foi dividida em quatro regiões, sendo: Região 1 (R01) referente a área próxima ao barramento, a Região 2 (R02) a média baixa, a Região 3 (R03) a média alta e a Região 4 (R04) correspondente a área alta a montante do barramento.

No Período 1, as pertinências foram baixas, onde ~88% dos valores de NDCI foram classificados com pertinência inferior a 0.60. Desses, aproximadamente 50% apresentaram frequência entre 0.40 – 0.60, o que sugere a ocorrência de baixas florações nesse período no reservatório. As maiores pertinências entre 0.80 – 1.0 corresponderam a ~4% dos valores do índice espectral classificado, acontecendo principalmente na R01, próximo ao barramento e nas margens (Figura 7A).

Figura 7 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência *fuzzy* para o Período 1 no reservatório UHI Ibitinga.



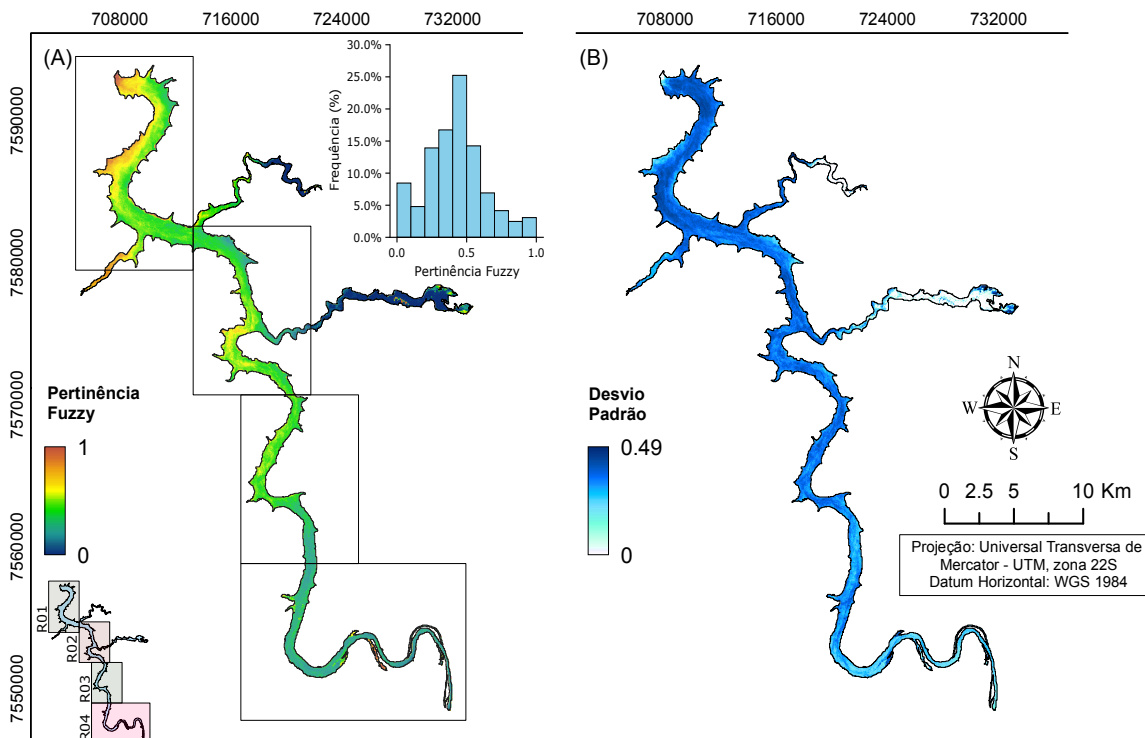
Fonte: Produção do autor.

As pertinências médias (~0.60) nesse período, foram observadas com maior intensidade para a região R01 e na transição entre as regiões R02 e R03. Quando analisado o desvio padrão (Figura 7B), o valor máximo do desvio das pertinências foi de 0.48, o que denota uma variação alta da ocorrência de *blooms*, principalmente para as regiões próximas ao

barramento e no centro do reservatório, o que significa dizer que para os meses que compõem esse período, essas áreas apresentaram uma maior mudança nas pertinências em comparação a variação dos principais tributários do reservatório, os rios Jacaré-Guaçu e Jacaré-Perira, em que os valores dos desvio padrão foram próximos de zero.

O Período 2, composto pelos meses de abril, maio e junho, assim como o Período 1 apresentou a frequência dos valores de pertinência em sua maioria (~84%) concentrada nas classes inferiores a 0.60 (Figura 8A). Para o intervalo de 0.50 – 0.60 foi observado uma diminuição dos valores de pertinência, diferentemente dos intervalos entre 0.20 – 0.30 e 0.70 – 1.0, em que ocorreu um incremento em comparação com o período anterior de ~7.0% e ~5.5%, respectivamente. Essa transição das pertinências para os altos valores foi verificada na R01, com a ampliação da área de ocorrência das altas florações nas localidades do barramento e das margens a oeste do reservatório, onde as áreas que antes estavam classificadas com valores médios (0.60) transitaram para maiores graus de associação. Para a mesma região, também se observou uma menor intensidade na floração do fitoplâncton nas margens a leste, com uma diminuição das pertinências médias para valores ~0.30, assim como na região R03.

Figura 8 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência *fuzzy* para o Período 2 no reservatório UHI Ibitinga.

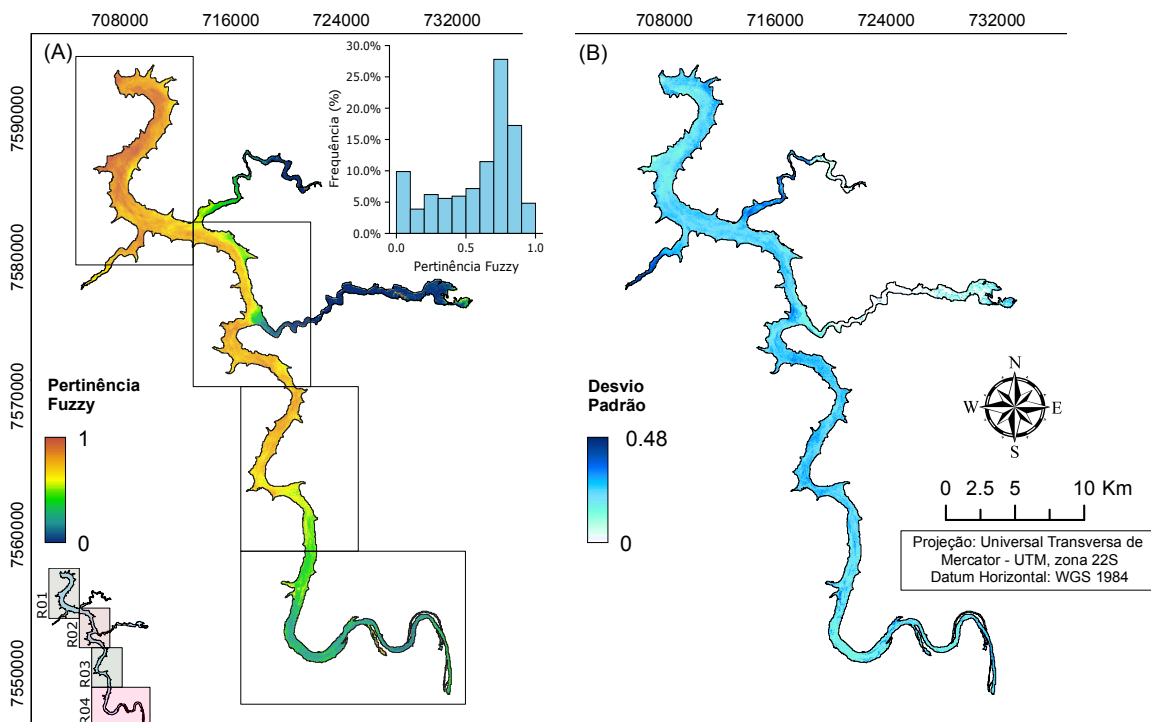


Fonte: Produção do autor.

Nesse período, o desvio padrão se manteve alto ao longo do reservatório, com o máximo de 0.49, e com uma diminuição próxima ao barramento (Figura 8B). A partir das imagens orbitais da área do reservatório, foi observado que próximo da barragem ocorreu o desenvolvimento constante de macroalgas, o que retorna incertezas na resposta do sinal relativa a presença do fitoplâncton, mas que não descarta a hipótese da degradação da qualidade da água, uma vez que a comunidade de macroalgas também responde sobre as condições de estresse dos ambientes aquáticos (ESTEVES, 1998). Com isso, os valores do desvio padrão próximo de zero no barramento, verificados nesse período, podem estar mais relacionados com a persistência desses organismos do que com a baixa variação do fito.

Na figura 9A, para os valores de média das pertinências do Período 3, foi notado um maior incremento das pertinências para os altos valores prioritariamente nas regiões R01, R02 e R03. A frequência das pertinências se manteve superior a 0.70 em aproximadamente ~55% dos valores classificados, com 30% desse valor contido no intervalo entre 0.70 – 0.80.

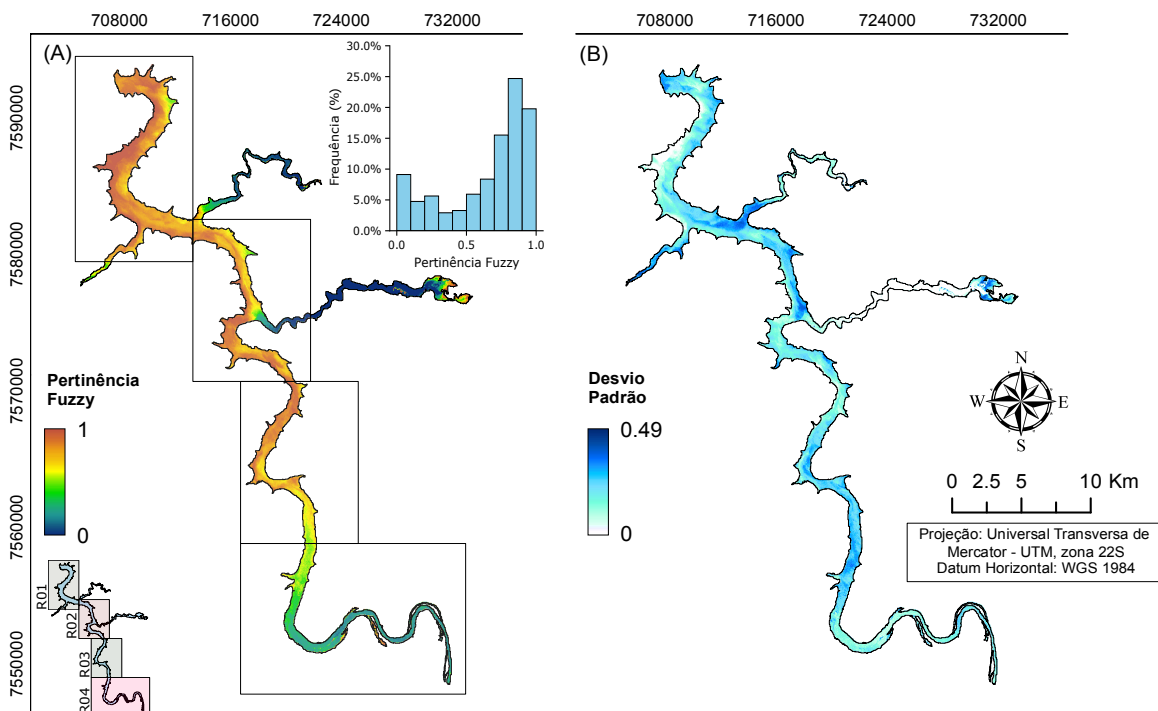
Figura 9 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência *fuzzy* para o Período 3 no reservatório UHI Ibitinga.



Fonte: Produção do autor.

De forma semelhante, no Período 4 (Figura 10A) existiu um aumento das pertinências contidas no intervalo entre 0.70 – 1.0, correspondendo a aproximadamente ~60% dos valores, com as pertinências entre 0.90 – 1.0 respondendo a ~20% desse valor. A transição do grau de associação para a condição de alta pertinência, com relação ao Período 3, aconteceu principalmente entre as áreas anteriormente classificadas em 0.70 – 0.80, observado nas regiões R01, R02 e R03.

Figura 10 – (A) Média e (B) desvio padrão da pertinência *fuzzy* para o Período 4 no reservatório UHI Ibitinga.



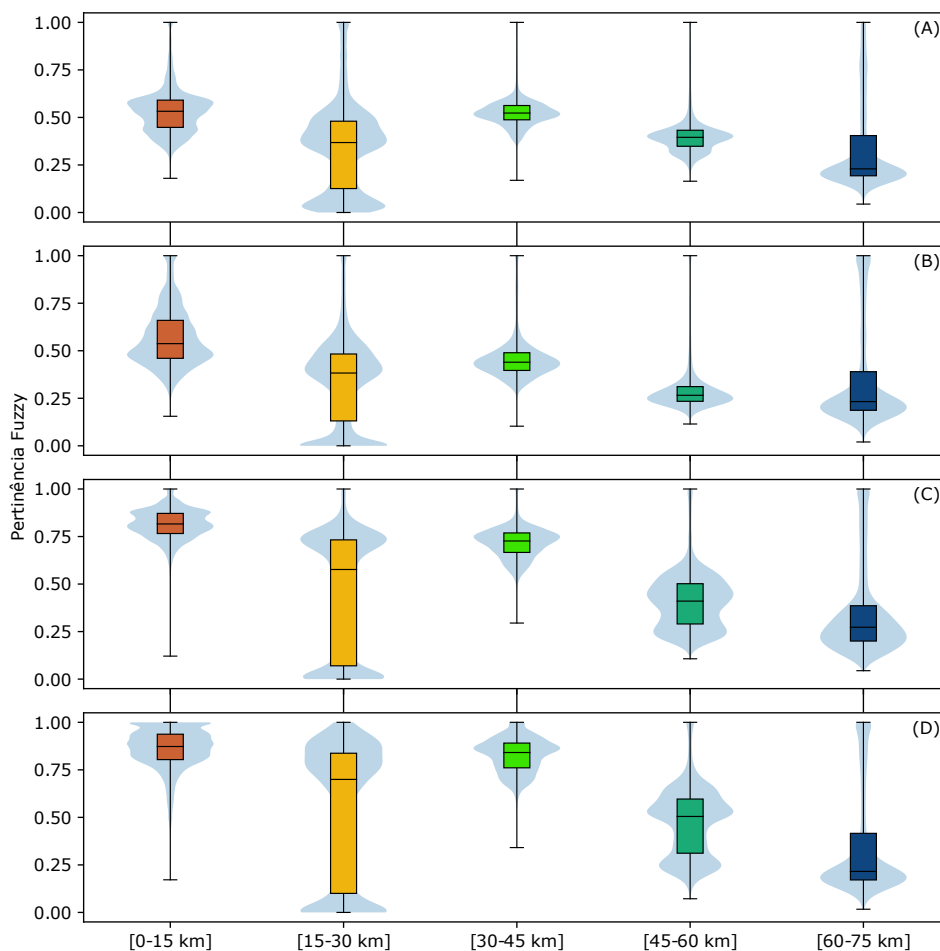
Fonte: Produção do autor.

Além disso, os valores do desvio padrão para os períodos 3 e 4, se mantiveram inferiores ao longo do reservatório, ambos com variação menor do que 0.25 (Figuras 9B e 10B), isso quando comparados com os valores dos períodos 1 e 2, indicando que na maior parte do tempo de fato o que predomina no reservatório são as condições de alta floração. Em todos os períodos, a região R04 se manteve com valores de baixa pertinência inferior a ~0.30, assim como as pertinências relativas aos tributários do reservatório, apesar de que para o rio Jacaré-Guaçu nos períodos 2, 3 e 4 foram observados valores próximos de ~0.50.

A distribuição horizontal das florações ao longo do reservatório apresentou uma dependência das áreas mais próximas ao barramento, como observado nas imagens

classificadas e como indica a Figura 11, onde para todos os períodos, a densidade dos valores superiores de pertinência foi intensificada nos primeiros 15 km de área alagada do reservatório. Quando verificado os intervalos interquartis, as pertinências exibiram uma maior heterogeneidade entre 15 – 30 km, com densidade tanto nos altos como nos baixos valores, sendo esse último relacionado com a condição melhorada das águas dos tributários e também dos pontos de mistura promovidos pela confluência entre o reservatório e os seus afluentes principais, como também foi observado por Novo et al. (2013).

Figura 11 – Distribuição dos valores de pertinência em relação a distância do barramento para o (A) Período 1, (B) Período 2, (C) Período 3 e (D) Período 4.

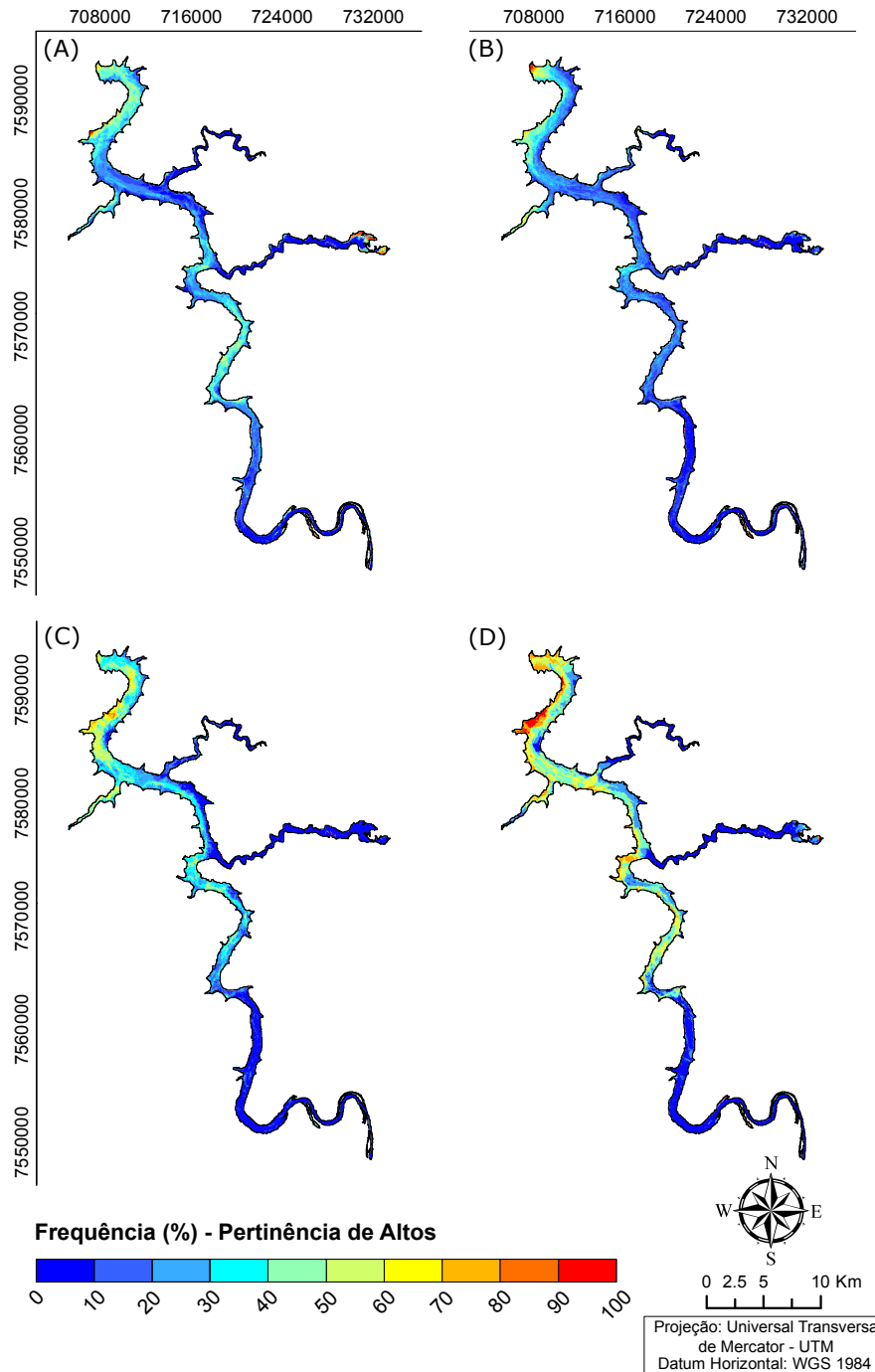


Fonte: Produção do autor.

A medida em que houve o distanciamento das massas d'água com relação ao barramento, as densidades das pertinências apresentaram uma tendência para os baixos valores, principalmente a partir de 45 km em todos os períodos. Já o padrão das florações entre 30 – 45 km se assemelhou as pertinências das menores distâncias.

Quanto a frequência das altas pertinências, em todos os períodos existiram áreas que apresentaram em algum momento a completa inserção ao conjunto *fuzzy* (pertinência igual a 1), relacionado com a condição da formação de *superblooms* no reservatório. No Período 1 (Figura 12A), foram identificadas áreas com frequência entre 30 – 50% e superiores entre 60 – 100% próximo ao barramento e na margem localizada a oeste.

Figura 12 – Frequência da pertinência de altos para: (A) Período 1, (B) Período 2, (C) Período 3 e (D) Período 4.



Fonte: Produção do autor.

Os valores de frequência para o Período 2 (Figura 12B) foram em maioria inferiores a 30% para toda a extensão do reservatório, com valores entre 80 – 100% ocorrendo nas localidades da barragem, assim como um fluxo entre 30 – 50% também acontecendo para a margem a oeste, semelhante ao que foi observado para o Período 1. Nos Períodos 3 e 4 (Figuras 12C e 12D), as frequências passaram a ser maiores em áreas mais ao centro do reservatório, superiores a 70%, com uma intensificação da floração para a margem a oeste principalmente no Período 4, com valores de 80 – 100%.

4 DISCUSSÕES

O tempo de residência hidráulica, combinado com a disponibilidade da radiação eletromagnética e de nutrientes, define a produtividade e a organização do fitoplâncton em reservatórios de água (LONDE et al., 2016; SOARES et al., 2008). Como esses organismos vivem livremente na coluna d'água, a mistura resultante do aumento da vazão não possibilita a permanência dessas células na zona eufótica do reservatório, o que limita a floração de algas para as condições de baixo tempo de residência (IMBODEN, 1992; LEWIS, 2000). Londe et al. (2016), em um estudo realizado na UHI Ibitinga/SP, observaram que para o mês de fevereiro do ano de 2005, cujo o tempo de retenção da água foi de 13 dias, as florações ocuparam a área do reservatório em menos de 10%, enquanto que para o mês de setembro, em que esse tempo de permanência foi de 40 dias, a área de ocupação dos *blooms* foi de 80%. De forma semelhante, o Período 1 deste estudo, que concentrou os meses de maior vazão efluente (média de $\sim 688 \text{ m}^3/\text{s}$), apresentou baixa intensidade da formação de *blooms* na área do reservatório. Assim como os Períodos 3 e 4, que com a queda do fluxo de água (média de $\sim 405 \text{ m}^3/\text{s}$), somado com a entrada de nutrientes e a maior intensidade da radiação na estação seca (abril – setembro), exibiram melhores condições para a ocorrência das extensas florações verificadas. Em contrapartida, o Período 2 mesmo com a diminuição dos valores de vazão (média de $\sim 384 \text{ m}^3/\text{s}$) apresentou pertinências baixas na maior parte do reservatório, que podem estar relacionadas a duas hipóteses: (i) a possível suspensão de sólidos inorgânicos na água que foram escoados da bacia de drenagem nos meses da estação chuvosa (novembro – março) e que comprometem a disponibilidade da radiação na coluna d'água (CALIJURI et al., 2002); e (ii) a estratificação vertical do fitoplâncton (IMBODEN,

1992), que como esse período foi uma transição de altas para baixas vazões, pode corresponder ao tempo de estabilização das células na coluna d'água.

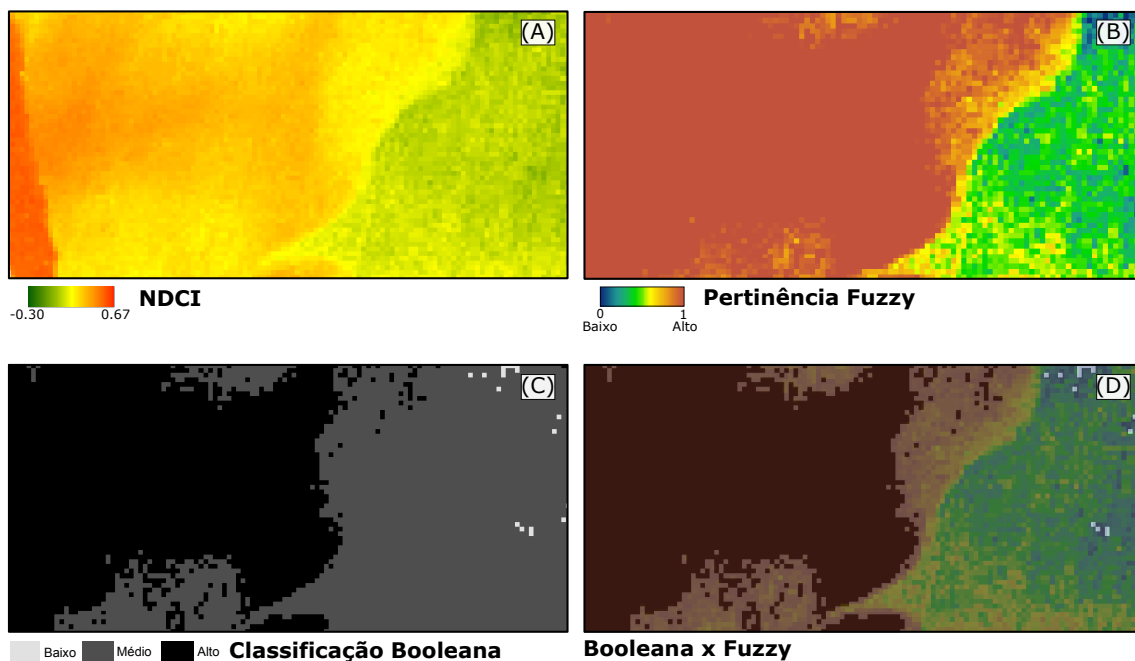
As variações do desvio padrão, maior para os Períodos 1 e 2 e menor para os Períodos 3 e 4, indiciam sobre os processos hidrodinâmicos que ocorreram no reservatório para essa janela de observação. Como a usina de Ibitinga é do tipo fio d'água, ou seja, em que a vazão afluyente é a mesma utilizada no aproveitamento de energia da barragem (ANEEL, 2011), não é difícil pensar que no aumento da entrada e saída de água do reservatório a condição de mistura pode acontecer mais intensamente no centro do sistema, o que justifica a dependência observada das altas florações com os menores valores de desvio padrão nas margens, onde possivelmente a velocidade da massa d'água era menor. E que a medida em que esse fluxo foi diminuindo, nos Períodos 3 e 4, a dimensão espacial das altas florações passou a ocupar as regiões mais centrais do reservatório, a partir do ganho de maior estabilidade para a manutenção dos *blooms*.

Com a recorrência das altas pertinências em todos os períodos, foi revelada a condição eutrófica do reservatório independente da estação do ano, possivelmente como um resultado da nutrição das águas pela constante entrada de esgotos domésticos e industriais consequentes das atividades desenvolvidas na bacia de drenagem (TUNDISI, 2008). Assim como no trabalho de Novo et al. (2013), mesmo para um tempo de observação a intensidade das florações de algas ao longo do reservatório foram distintas, o que significa dizer que para um mesmo período existem diferentes níveis tróficos acontecendo no sistema, e que como verificado neste estudo, esse fenômeno descreve um comportamento não aleatório no espaço e no tempo.

Observando as extensões das florações com as classes tróficas obtidas por Cairo (2020) entre janeiro/2016 a setembro/2019 em Ibitinga, as classes predominantes ao longo do reservatório foram alta e média, e baixa ocorrendo nos tributários. Resultados que diferem das distribuições das pertinências médias alcançadas neste estudo para os Períodos 1 e 2, e se aproximam das condições dos Períodos 3 e 4. Entretanto, as maiores variações das condições de floração que aconteceram para esses períodos iniciais, com base nos valores do desvio padrão, não exclui a possibilidade da ocorrência de maiores pertinências nesses períodos.

Apesar das incertezas relacionadas com a classificação *fuzzy* no mapeamento das condições de floração no reservatório pela falta de elementos de referência para a validação, este trabalho ao preservar a natureza difusa do componente óptico chl-a na água, permitiu que fossem observados o comportamento da distribuição da formação de *blooms* de forma menos grosseira do que o agrupamento da chl-a em limites rígidas, como nas classes do nível trófico (NOVO et al., 2013; CAIRO, 2020). Que transmite a ideia do estado de degradação da água, mas que mascara informações importantes no processo do fatiamento, subestimando ou superestimando as condições de floração na água como indicado na figura 13, em que áreas que possuem uma associação as altas florações são classificadas em classes de nível inferior, assim como regiões de baixa ocorrência agrupadas em níveis superiores da formação de *blooms*.

Figura 13 – Recorte da classificação do índice espectral (A) NDCI para a data de 18/06/2020 na UHI Ibitinga com as abordagens da inferência (B) *Fuzzy* e (C) *Booleana*, e com a (D) sobreposição de classes.



Fonte: Produção do autor.

5 CONCLUSÕES

Os resultados sugerem que a utilização da classificação *fuzzy* expressa de forma efetiva o comportamento difuso do componente óptico chl-a na água, permitindo a exploração da ocorrência das florações de algas no reservatório no espaço e no tempo. A formação de *blooms* de algas para Ibitinga mostrou-se variável e dependente das condições sazonais e

hidráulicas do barramento, e que mesmo nos períodos de condições de baixa pertinência ocorrem níveis tróficos elevados. Além do que, as áreas mais afetadas pelo surgimento das florações de algas são as localizadas mais próximas ao barramento, que como observado, em até 15 km da barragem a resposta da densidade das pertinências sempre possui um comportamento superior em detrimento das outras regiões do reservatório.

Ainda que esse estudo tenha demonstrado o comportamento das florações no tempo, a janela de observação utilizada entre dezembro/2018 e junho/2020, ficou muito restrita a um curto período, sendo interessante a ampliação desse intervalo, a fim de ser obter melhores estimativas do comportamento da qualidade da água. Outra abordagem interessante é a exploração de outras funções de pertinência, já que para este estudo o ecossistema foi modelado dentro de uma perspectiva linear.

Por fim, para futuros trabalhos, é importante além do uso de datas controle para a validação da classificação, a análise das incertezas entre a classificação *fuzzy* e o enquadramento das classes do índice do estado trófico da água. Essa seria uma abordagem interessante para a identificação das regiões de maior inconsistência.

REFERÊNCIAS

- ANA, Agência Nacional das Águas. **Conjuntura dos recursos hídricos no Brasil 2019: Informe anual/Agência Nacional de Águas**. Brasília: ANA, 2019. Disponível em:<<http://conjuntura.ana.gov.br/>>. Acesso em: 15 ago. 2020.
- ANEEL, Agência Nacional de Energia Elétrica. **Resolução Normativa N° 425, de 1° de fevereiro de 2011**. Dispõe sobre os critérios para definição das instalações de geração de energia elétrica sob fiscalização da SFG/ANEEL. 2011. Disponível em:<<http://www.aneel.gov.br/documents/656877/14486448/bren2011425.pdf/7202b615-7335-48a2-bd44-ed68d9020e5a?version=1.0>>. Acesso em: 19 set. 2020.
- ARNELL, N. W.; VUUREN, D. P. V.; ISAAC, M. The implications of climate policy for the impacts of climate change on global water resources. **Global Environmental Change**, v. 21, p. 592-603, 2011.
- BURROUGH, P. A. Fuzzy mathematical methods for soil survey and land evaluation. **Journal of Soil Science**, v. 40, p. 477-492, 1989.
- CAIRO, C. T. **Abordagem híbrida aplicada ao monitoramento sistemático do estado trófico da água por sensoriamento remoto em reservatórios: reservatório da UHE Ibitinga/SP**. Tese (Doutorado em Sensoriamento Remoto) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2020.
- CAIRO, C.; BARBOSA, C.; LOBO, F.; NOVO, E.; CARLOS, F.; MACIEL, D.; FLORES JÚNIOR, R.; SILVA, E.; CURTARELLI, V. Hybrid chlorophyll-a algorithm for assessing trophic states of a tropical brazilian reservoir based on MSI/Sentinel-2 data. **Remote Sensing**, v. 12, n. 40, 2020.
- CALIJURI, M. C.; DOS SANTOS, A. C. A.; JATI, S. Temporal changes in the phytoplankton community structure in a tropical and eutrophic reservoir (Barra Bonita, S.P. - Brazil). **Journal of Plankton Research**, v. 34, n. 7, p. 617-634, 2002.
- CETESB, Companhia Ambiental do estado de São Paulo. **Qualidade das águas interiores do Estado de São Paulo**. São Paulo: CETESB, 2019. Disponível em:<<https://cetesb.sp.gov.br/aguas-interiores/wp-content/uploads/sites/12/2019/10/Relat%C3%B3rio-de-Qualidade-das-%C3%81guas-Interiores-no-Estado-de-SP-2018.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2020.
- ELLINA, G.; PAPASCHINOPOULOS, G.; PAPADOPOULOS, B. K. Fuzzy Inference Systems: Selection of the most Appropriate Fuzzy Implication from Available Lake Water Quality Statistical Data. **Environ. Process**, 2017.
- ESA, European Space Agency. **Sentinel-2 Spectral Response Functions (S2-SRF)**. 2017. Disponível em:<https://earth.esa.int/web/sentinel/user-guides/sentinel-2-msi/document-library/-/asset_publisher/Wk0TKajiISaR/content/sentinel-2a-spectral-responses>. Acesso em: 20 jun. 2020.

_____. **Resolutions**. 2020. Disponível em:<<https://sentinel.esa.int/web/sentinel/user-guides/sentinel-2-msi/resolutions>>. Acesso em: 03 set. 2020.

ESTEVEVES, F. A. **Fundamentos de limnologia**. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1998.

FORD, R. T.; VODACEK, A. Determining improvements in Landsat spectral sampling for inland water quality monitoring. **Science of Remote Sensing**, v.1, p. 1-10, 2020.

GUIMARÃES JUNIOR, C.; LEOPOLDO, P. R.; CRUZ, J. A.; FONTANA, S. C. Aspectos limnológicos do reservatório de Ibatinga - SP. **RBRH - Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 13, n. 1, p. 89-103, 1998.

HOEKSTRA, A.; MEKONNEN, M. M. The water footprint of humanity. **PNAS**, v. 109, n. 9, p. 3232-3237, 2012.

IMBODEN, D. M. **The impacto of physical processes on algal growth**. IN: SUTCLIFFE, D. W.; JONE, J. G. (eds). Eutrophication: research and application to water supply. F.B.A. Publicatio, 1992.

IBGE, Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Cidades e Estados**. 2010. Disponível em:<<https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados.html?view=municipio>>. Acesso em: 05 set. 2020.

KULSHRESHTHA, A.; SHANMUGAM, P. Assessment of trophic state and water quality of coastal-inland lakes based on Fuzzy Inference System. **Journal of Great Lakes Research**, v. 44, n. 5, p. 1010-1025, 2018.

LEWIS, W. M. Basis for the protection and management of tropical lakes. Lakes and Reservoirs. **Research and Management**, vol. 5, no. 1, p. 35-48, 2000.

LONDE, L. R.; NOVO, E. M. L. M.; BARBOSA, C.; ARAUJO, C. A. S. Water residence time affecting phytoplankton blooms: study case in Ibatinga Reservoir (São Paulo, Brazil) using Landsat/TM images. **Brazilian Journal of Biology**, n. 76, p. 664–672, 2016.

MARTINS, V. S.; KALEITA, A.; BARBOSA, C. F.; FOSSONI-ANDRADE, A.; LOBO, F. L.; NOVO, E. M. L. M. Remote sensing of large reservoir in the drought years: Implications on surface water change and turbidity variability of Sobradinho reservoir (Northeast Brazil). **Remote Sensing Applications: Society and Environment**, v. 13, p. 275-288, 2019.

MCFEETERS, S. K. The use of the Normalized Difference Water Index (NDWI) in the delineation of open water features. **International Journal of Remote Sensing**, v.17, n.7, p.1425-1432, 1996.

MISHRA, S.; MISHRA, D. R. Normalized difference chlorophyll index: a novel model for remote estimation of chlorophyll-a concentration in turbid productive waters. **Remote Sensing of Environment**, v. 117, p. 394-406, 2012.

- MISHRA, D. R.; SCHAEFFER, B. A.; KEITH, D. Performance evaluation of normalized difference chlorophyll index in northern Gulf of Mexico estuaries using the Hyperspectral Imager for the Coastal Ocean. **GIScience & Remote Sensing**, v. 51, n. 2, p. 175-198, 2014.
- MOBLEY, C. D. Polarized reflectance and transmittance properties of windblown sea surfaces. **Applied Optics**, v. 54, n. 15, p. 4828-4849, 2015.
- MOORE, T. S.; CAMPBELL, J. W.; DOWELL, M. D. A class-based approach for characterizing the uncertainty of the MODIS chlorophyll product. **Remote Sensing of Environment**, v. 113, p. 2424-2430, 2009.
- MOORE, T. S.; DOWELL, M. D.; BRADT, S.; VERDU, A. R. An optical water type framework for selecting and blending retrievals from bio-optical algorithms in lakes and coastal waters. **Remote Sensing of Environment**, v. 143, p. 97-111, 2014.
- NEIL, C.; SPYRAKOS, E.; HUNTER, P. D.; TYLER, A. N. global approach for chlorophyll-a retrieval across optically complex inland waters based on optical water types. **Remote Sensing of Environment**, v. 229, p. 159-178, 2019.
- NOVO, E. M. L. M.; LONDE, L. R.; BARBOSA, C.; ARAUJO, C. A. S.; RENNÓ, C. D. Proposal for a remote sensing trophic state index based upon Thematic Mapper/Lansat images. **Revista Ambiente Água**, v. 8, n. 3, 2013.
- PAGE, B. P.; KUMAR, A.; MISHRA, D. R. A novel cross-satellite based assessment of the spatio-temporal development of a cyanobacterial harmful algal bloom. **Int J Appl Earth Obs Geoinformation**, v. 66, p. 69-81, 2018.
- PICKENS, A. H.; HANSEN, M. C.; HANCHER, M.; STEHMAN, S. V.; TYUKAVINA, A.; POTAPOV, P.; MARROQUIN, B.; SHERANI, Z. Mapping and to characterize global inland water dynamics from 1999 to 2018 with full Landsat time-series. **Remote Sensing of Environment**, v. 243, n. 15, p. 1-19, 2020.
- SOARES, M. C. S.; MARINHO, M. M.; HUSZAR, V. L. M.; BRANCO, C. W. C.; AZEVEDO, S. M. F. O. The effects of water retention time and watershed features on the limnology of two tropical reservoirs in Brazil. **Lakes & Reservoirs: Research and Management**, v. 13, p. 257-269, 2008.
- TUNDISI, J. G.; MATSUMURA-TUNDISI, T.; ARANTES JUNIOR, J. D.; TUNDISI, J. E. M.; MANZINI, N. F.; DUCROT, R. The response of Carlos Botelho (Lobo, Broa) reservoir to the passage of cold fronts as reflected by physical, chemical, and biological variables. **Braz. J. Btol.**, v. 64, n. 1, p. 177-186, 2004.
- TUNDISI, J. G.; MATSUMURA-TUNDISI, T.; PARESCHI, D. C.; LUZIA, A. P.; VON HAELING, P. H.; FROLLINI, E. H. A bacia hidrográfica do Tietê/Jacaré: estudo de caso em pesquisa e gerenciamento. **Estudos Avançados**, v. 22, n. 63, p. 159-172, 2008.
- ZADEH, L. A. Sets fuzzy. **Information and Control**, v. 8, p. 338-353, 1965.

APÊNDICE A – ANÁLISE DE REGRESSÃO

Figura A.1 – Teste F e teste t.

```
Call:
lm(formula = NDCI ~ chl + XX, data = variaveis)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.162154 -0.034896  0.005729  0.040360  0.111849

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -9.073e-02  1.927e-02  -4.709 4.08e-05 ***
chl          5.911e-03  6.895e-04   8.573 5.15e-10 ***
XX          -1.384e-05  2.797e-06  -4.949 2.00e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.06936 on 34 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.877,    Adjusted R-squared:  0.8697
F-statistic: 121.2 on 2 and 34 DF,  p-value: 3.386e-16
```

Figura A.2 – Teste de normalidade dos resíduos.

```
Shapiro-Wilk normality test

data:  reg$residuals
W = 0.9745, p-value = 0.5433
```

Figura A.3 – Teste de variância dos resíduos.

```
studentized Breusch-Pagan test

data:  reg
BP = 1.7982, df = 2, p-value = 0.4069
```

Figura A.4 – Erro padronizado.

