

Criação de Espaços Funcionais Utilizando Regressão Bidimensional

Marcio Azeredo¹

¹ Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE.

Espaços Funcionais são representações do espaço geográfico que fornecem outra abordagem acerca do conceito de proximidade. Este conceito, que normalmente é associado à distância física, pode ser apresentado em função de outras variáveis. Uma rede de transporte localizada em uma determinada região geográfica, por exemplo, pode influenciar o espaço a qual pertence em função de alguns de seus atributos. Essas transformações podem ser observadas utilizando-se o método da regressão bidimensional. Neste trabalho é apresentada uma metodologia para a criação de espaços funcionais com base no tempo de acesso entre os pontos de uma rede ferroviária. Futuramente a metodologia apresentada pode ser estendida para outros tipos de redes, e ainda considerar outras variáveis.

Introdução

Normalmente, a noção de proximidade entre duas localizações geográficas é dada em função da distância física que as separa sobre a superfície terrestre. No entanto, o conceito de proximidade pode assumir um caráter mais abrangente em função da variável utilizada para sua representação, fornecendo diferentes visões do espaço. Tais representações são conhecidas como Espaços Funcionais e expandem o conceito trivial de proximidade. No caso da variável utilizada ser o tempo de acesso entre duas localizações geográficas, o espaço é chamado de espaço-tempo e as localizações são visualmente mais próximas, quanto menor for o tempo de deslocamento entre elas. Uma rede de transporte valorada pelo tempo de acesso entre seus nós pode ser utilizada para “modificar” a representação do espaço geográfico a qual pertence. Para tal, pode ser utilizado o método da regressão bidimensional acrescido de um escalonamento multidimensional.

Escalonamento Multidimensional

O escalonamento multidimensional (MDS) é um método que permite a recuperação da representação bidimensional embutida em uma matriz de dissimilaridades (Friedman & Kohler, 2003). Logo, uma vez definidas as localizações geográficas dos nós de uma rede de transportes e a velocidade de acesso entre os mesmos, por exemplo, é possível construir uma matriz de dissimilaridades com base no tempo de acesso entre os pontos. O método encontra a melhor configuração espacial com base na variável, criando um sistema de coordenadas próprio $W(u,v)$. O MDS empregado pode ser métrico, que considera a proximidade calculada em função da variável, ou o não métrico, que considera o grau de proximidade em forma de enumeração. Neste estudo foi utilizado o escalonamento multidimensional clássico (CMDS) que é métrico e considera uma única matriz simétrica de dissimilaridade.

Regressão Bidimensional

A regressão bidimensional foi desenvolvida por W. Tobler na década de 70 tendo com base o trabalho “*On Growth and Form*” de D’Arcy Thompson. O método foi criado com o objetivo de avaliar o grau de semelhança entre duas, ou mais, representações planas de um mesmo conjunto de pontos, conhecidas suas coordenadas em cada representação (Friedman & Kohler, 2003). O método foi concebido para resolver o problema de comparação entre mapas de uma mesma região, construídos em épocas diferentes. A regressão bidimensional é uma extensão da regressão unidimensional para o caso onde as variáveis em questão possuem duas dimensões de representação. Isso ocorre porque as variáveis envolvidas no processo não são as coordenadas dos pontos pertencentes às configurações planares, e sim os próprios planos de representação. Seja um espaço de referência Z definido pelas coordenadas x e y , e um espaço imagem W definido pelas coordenadas u e v (equações [1] e [2]).

$$Z((x_1, y_1), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)) \quad [1]$$

$$W((u_1, v_1), (u_1, v_1), (x_2, y_2), \dots, (u_n, v_n)) \quad [2]$$

O objetivo do método é relacionar a variável W com a variável Z (figura 1).

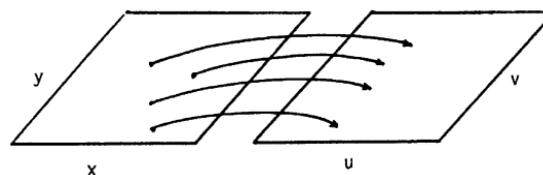


Figura 1. Transformação $Z \rightarrow W$
fonte: Tobler, 1977.

Para tal, é utilizada uma função do tipo $W' = f(Z)$, de forma a permitir que o mapeamento $Z \rightarrow W'$ seja o mais próximo de $Z \rightarrow W$ (Tobler, 1977). Feito isso, a “qualidade” da transformação pode ser avaliada utilizando-se o coeficiente de correlação de Tobler descrito na equação [3].

$$r^2 = 1 - \frac{\sum (u' - x)^2 + (v' - y)^2}{\sum (x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2} \quad [3]$$

Esse indicador permite verificar o quão bom é o $W'(u',v')$ estimado. Como na regressão bidimensional cada variável possui duas componentes, o mapeamento $Z \rightarrow W$ pode ser escrito na forma das equações [4] e [5] (Tobler, 1977).

$$u = f(x, y) \quad [4]$$

$$v = g(x, y) \quad [5]$$

Segundo Cauvin, o método da Regressão Bidimensional pode ser dividido em duas fases principais: um ajustamento das observações de W para Z (W') e uma interpolação de forma a generalizar os resultados para todo o espaço (W''). Um resumo das etapas principais da regressão bidimensional pode ser observado na figura 2.

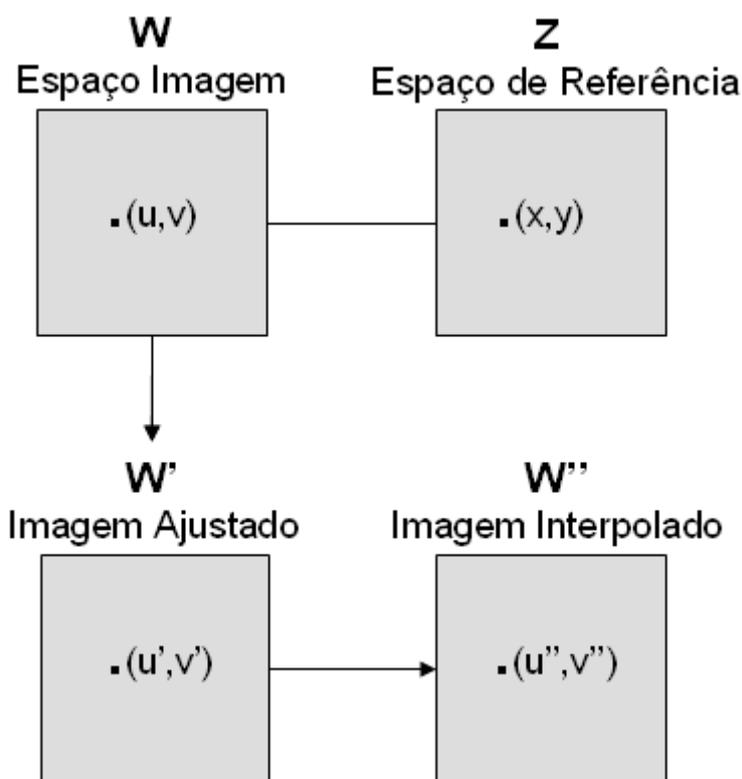


Figura 2. Etapas principais da regressão bidimensional.

fonte: Adaptado de Cauvin, 2002.

Ajustamento

O método permite mostrar as diferenças entre configurações espaciais homólogas, exprimindo as distorções entre o espaço estudado (W) e um espaço de referência (Z), baseando-se para tal, na comparação de formas (Dias et. al.).

Durante a transformação entre os sistemas Z e W , as transformações geométricas sofridas pelas configurações de pontos podem ser modeladas utilizando-se parâmetros de rotação, translação, cisalhamento e escala. Estes parâmetros podem ocorrer simultaneamente ou de forma independente. São duas as transformações mais utilizadas: a

transformação de similaridade, onde são considerados quatro parâmetros (dois de translação, um de rotação e um de escala) e a transformação afim geral, onde são considerados seis parâmetros (dois de translação, dois de escala, um de rotação e um de cisalhamento). Após algum cálculo algébrico, os parâmetros da transformação de similaridade são reduzidos às constantes $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ e β_2 . (equação [6]), e os parâmetros da transformação afim geral em $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ e β_4 . (equação [7]).

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_1 & -\beta_2 \\ \beta_2 & \beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad [6]$$

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_1 & -\beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad [7]$$

A substituição dos pontos x e y nas equações [6] e [7] permite a montagem de um sistema de equações lineares cuja solução fornece os valores dos parâmetros da transformação. Determinados os parâmetros, o conjunto de dados é ajustado pelo método dos mínimos quadrados de forma a minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, ou seja, a diferença entre as coordenadas $Z(x,y)$ e $W(u',v')$. Neste trabalho utilizou-se a transformação mais abrangente, ou seja, a transformação afim geral.

Interpolação

O objetivo da interpolação é extrapolar os resultados obtidos para todos os pontos pertencentes ao espaço, e não só aos pontos utilizados na fase de ajustamento. Neste estudo utilizou-se o método de interpolação Thin-Plate Splines – TPS, que é um método de interpolação que procura minimizar a intensidade da distorção envolvida na transformação entre as duas configurações.

As equações [9] e [10] representam as funções que minimizam a distorção total em um determinado ponto de coordenadas x e y .

$$f_x(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + \sum_{i=1}^n w_i U(R) \quad [8]$$

$$f_y(x, y) = a_3 + a_4x + a_5y + \sum_{i=1}^n g_i U(R) \quad [9]$$

$$\text{onde } R = k^2 \ln k^2 \quad [10]$$

$$\text{e } k = \|P_i - (x, y)\| \quad [11]$$

Na equação [11], P representa o conjunto de n pontos, pertencentes à Z , usados inicialmente na transformação geométrica. As equações [8] e [9] permitem interpolar qualquer ponto x e y pertencente ao espaço e possui duas componentes: uma componente linear representada pelos termos $a_0 + a_1x + a_2y$ e $a_3 + a_4x + a_5y$, e uma componente de curvatura $\sum_{i=1}^n w_i U(R)$ e $\sum_{i=1}^n g_i U(R)$. Sem as componentes de curvatura, os pontos seriam deformados uniformemente segundo uma transformação afim. Uma metodologia, implementada no programa R, envolvendo todos os passos desde a construção da matriz de dissimilaridades (em função do tempo de acesso) até a interpolação é apresentada na figura 3.

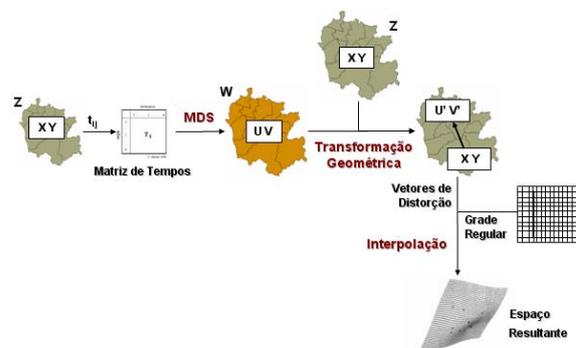


Figura 3. Metodologia do Experimento

Metodologia

Para o experimento da metodologia foi selecionada uma região pertencente ao estado de Minas Gerais. Foram então selecionados alguns municípios juntamente com seus trechos da rede ferroviária e pontos de mineração (figura 4).



Figura 4. Base de dados

Cada nó pertencente à rede ferroviária foi nomeado, cada aresta enumerada e valorada arbitrariamente com uma velocidade média de tráfego. De posse da distância entre os nós e da velocidade arbitrada para percorrê-los, foi possível calcular o tempo de acesso (figura 5) e montar a matriz de dissimilaridades baseada no tempo de acesso (figura 6).



Figura 5. Identificação da rede e tempos de acesso.

	A	B	C	D	E	F
A	0	1.119	0.140	1.478	0.588	0.390
B	1.119	0	1.260	0.775	1.172	1.369
C	0.140	1.26	0	1.337	0.447	0.249
D	1.478	0.775	1.337	0	1.784	1.587
E	0.588	1.172	0.447	1.784	0	0.197
F	0.390	1.37	0.249	1.587	0.197	0

Figura 6. Matriz de tempos de acesso.

A distribuição espacial dos nós da rede tendo como base suas coordenadas conhecidas no espaço de referência $Z(x,y)$ é observado na figura 7.

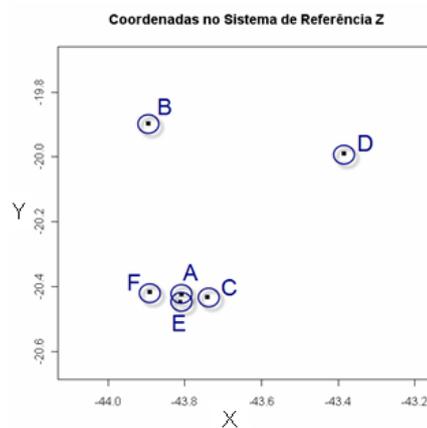


Figura 7. Distribuição espacial dos nós da rede no espaço de referência.

Aplicando-se o método CMDMS determina-se a configuração espacial 2D baseada no tempo de acesso entre os nós. Este método fornece as coordenadas $W(u,v)$ e o resultado é apresentado na figura 8.

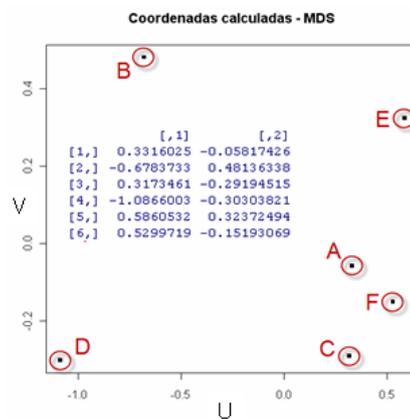


Figura 8. Distribuição espacial $W(u,v)$.

A determinação das coordenadas no sistema W é seguida de um ajustamento fornecendo as coordenadas $W'(u',v')$. De posse das coordenadas nos espaços Z e W' , são identificados os vetores de deslocamento, ou deformação (figura 9), elementos fundamentais para a realização da interpolação.

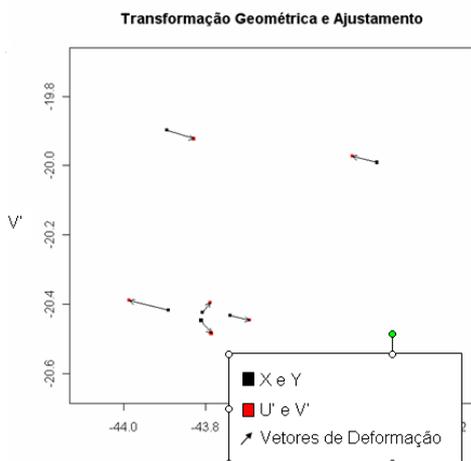


Figura 9. Vetores de deslocamento.
 $Z \rightarrow W'$.

A interpolação estende os vetores de distorção a todos os pontos do espaço, o que é conseguido, neste trabalho, com a aplicação do método TPS. Para facilitar a visualização da representação de todo o espaço em função da variável tempo de acesso, é utilizada uma grade regular de pontos (figura 10).

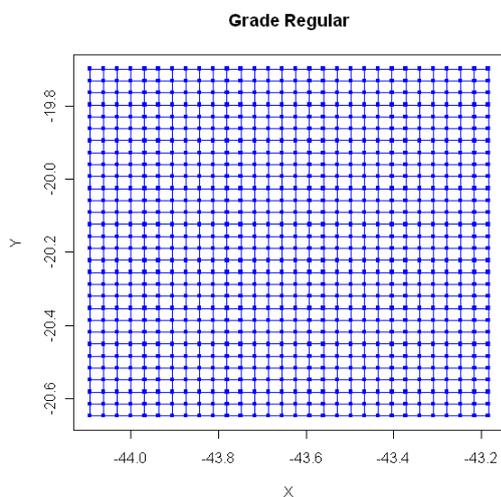


Figura 10. Grade Regular.

Utilizando as equações [8] e [9] a grade regular é interpolada dando origem a uma grade distorcida (figura 11).

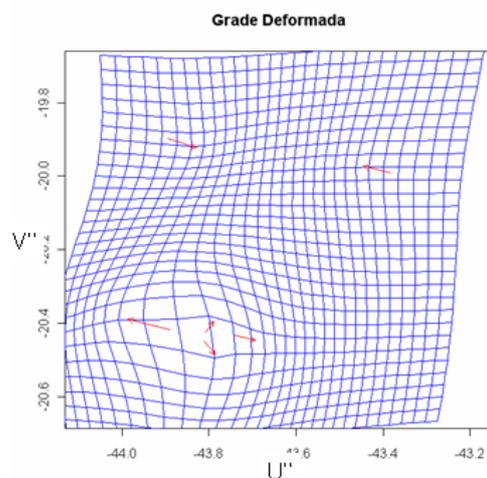


Figura 11. Grade deformada com os vetores de distorção.

Quanto maior a quantidade de vértices da grade, mais suave são as distorções observadas. As localizações dos vértices da grade regular subtraídas das respectivas posições interpoladas fornecem os vetores de deslocamento para toda a região (figura 12).

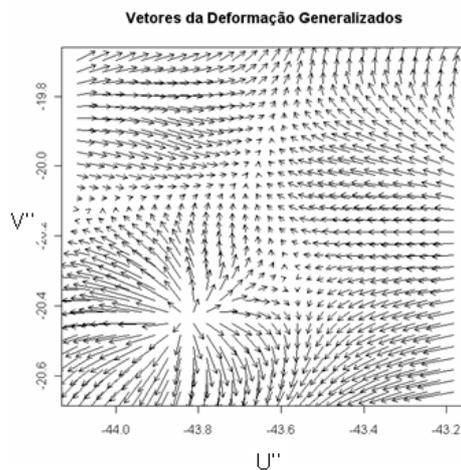


Figura 12. Vetores de deslocamento.
 $Z \rightarrow W''$.

É possível observar a distorção da representação do espaço com base no tempo de acesso entre os nós da rede ferroviária usada.

Resultados e Conclusões

A distorção da rede ferroviária é observada na figura 13 juntamente com os respectivos valores de tempo de acesso entre seus nós. Os valores correspondem, respectivamente, à contração e distensão do espaço.

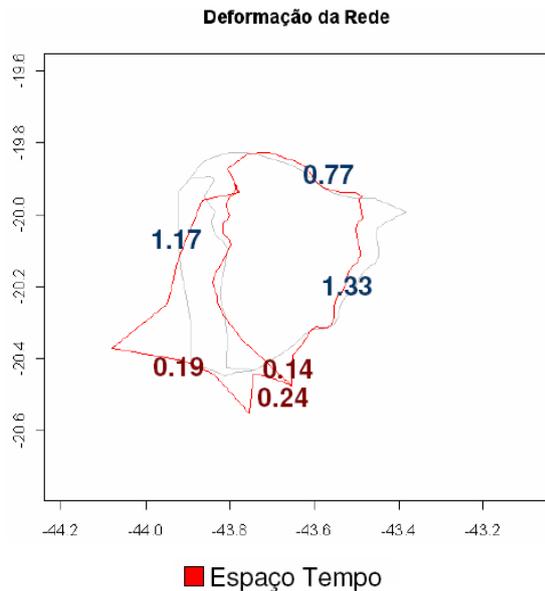


Figura 13. Deformação da rede.

Nas regiões onde o tempo de acesso é menor, os pontos estão “mais próximos”. Tempos maiores de acesso geram pontos “mais afastados” (figura 14).

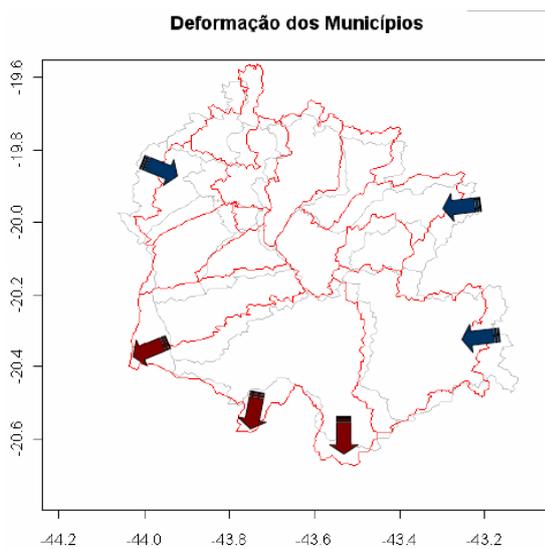


Figura 14. Deformação dos municípios.

Em consequência, é possível observar que a representação do espaço de referência Z (figura 15) sofre uma deformação (figura 16) quando representado com base no tempo de acesso.

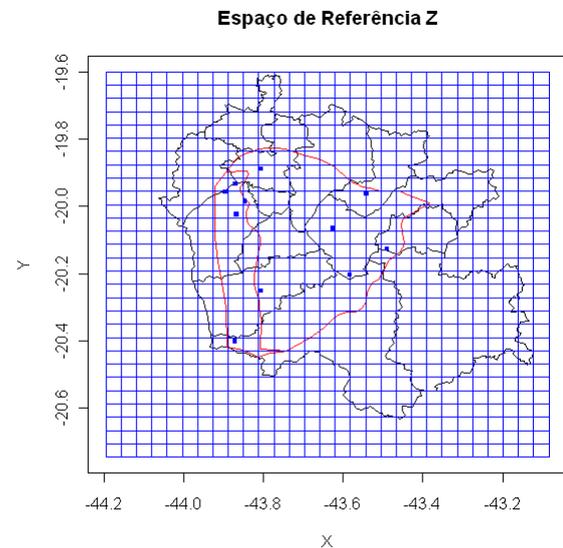


Figura 15. Espaço de referência com a grade regular.

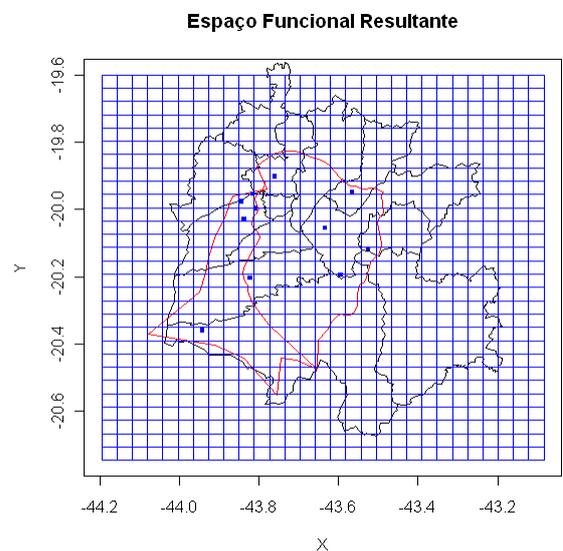


Figura 16. Espaço funcional resultante com a grade regular.

Do ponto de vista metodológico, os resultados do experimento permitem concluir que a metodologia apresentada possibilita a construção de espaços funcionais baseados no

tempo de acesso entre os nós de uma rede de transporte. No entanto, outros trabalhos podem testar a eficiência da metodologia em redes mais complexas, como por exemplo, redes multimodais, ou ainda utilizando outras variáveis.

Referências Bibliográficas

Bookstein, F. L.; 1989. Principal Warps: Thin-Plate Splines and the Decomposition of Deformations. **Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. II, nº 6.

Cauvin, C.; 2001. Cognitive and Cartographic Representations Towards a Comprehensive Approach. **Cybergeo**. nº 206.

Cauvin, C.; 2002. A Systemic Approach to Transport Accessibility. A Methodology Developed in Strasbourg: 1982-2002. **Cybergeo**. nº 311.

Dias, M. H.; Cauvin, C.; Alegria, M. F.; 2000. Comparação de configurações cartográficas através da regressão bidimensional. **Finisterra**, 69, p. 95-107.

Friedman A.; Kohler B.; 2003. Bidimensional Regression: Accessing the Configural Similarity and Accuracy of Cognitive Maps and Other Two-Dimensional Data Sets. **Psychological Methods**, v. 8, nº 4, p. 468-491.

Kitchin, R. M.; Fotheringham, A. S.; 1998. The Effects of Spatial Locational Cueing on the Analysis of aggregate Cognitive Mapping Data. **Environment and Planning**, v. 30, p. 2245-2253.

Symington, A.; Charlton, M. E.; Brunsdon, C. F.; 2001. Using bidimensional regression to explore map lineage. **Computers, Environment and Urban Systems**. v. 26, p. 201-218.

Tobler W.; 1977. Bidimensional regression : a computer program. University of Santa Barbara.

Tobler W.; 1977. The trilateration problem. University of Santa Barbara.

Wallace R. G.; 2002. The Shape of Space: Applying Geometric Morphometrics to Geographic Data.. **Environment and Planning A**, v. 34, p. 119-144.

Young F. W.; 1985. Multidimensional Scaling. **Encyclopedia of Statistical Sciences**, v. 5.